Relatividade Especial

A relatividade do espaço-tempo

III Escola Avançada de Física do IFGW
Carola Dobrigkeit Chinellato

Nosso senso comum falha para descrever fenômenos:

- que envolvem dimensões reduzidas

  (átomos, moléculas, partículas...)

  =>> **MECÂNICA QUÂNTICA**
- que envolvem altas velocidades

  (comparadas com a da luz)

  =>> **RELATIVIDADE ESPECIAL**

<u>Annus Mirabilis</u>: <u>1905</u>

Albert Einstein publica

“*Zur Elektrodynamik bewegter Körper*”

(“Sobre a eletrodinâmica de corpos em movimento”)

Annalen der Physik, 17 (1905) 891

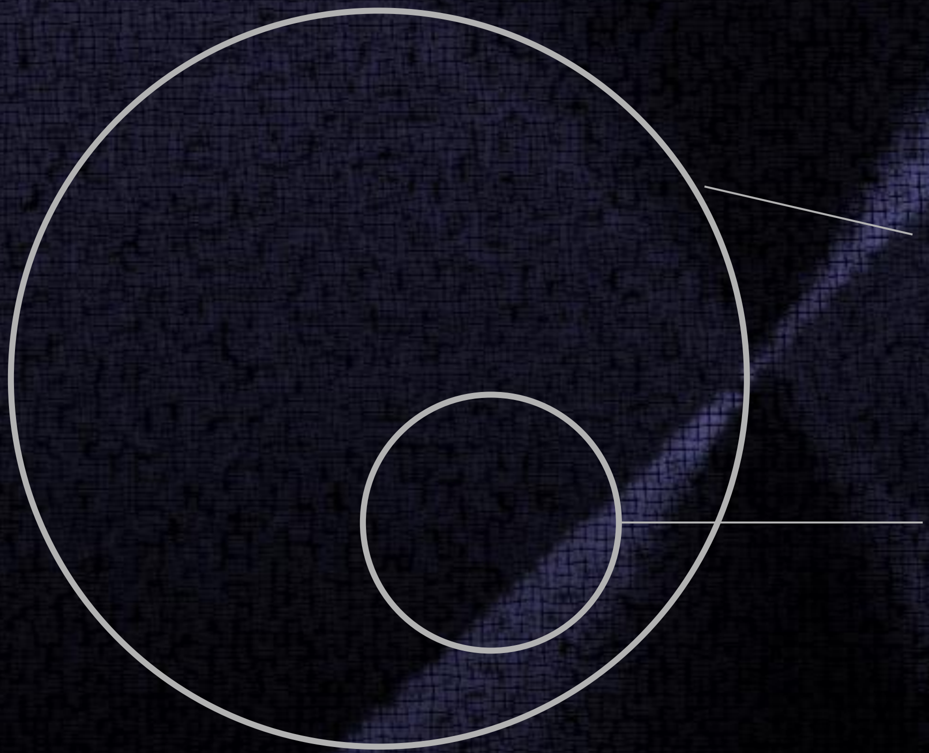
Ainda em 1905, Einstein publicou :

- Um trabalho sobre a teoria quântica da luz, com a explicação do efeito fotoelétrico (Prêmio Nobel 1921);

- Um trabalho sobre aspectos estatísticos da teoria molecular, com uma análise do movimento browniano.

A Mecânica Relativística

é uma <u>extensão</u> da Mecânica Newtoniana:



Nesta palestra:

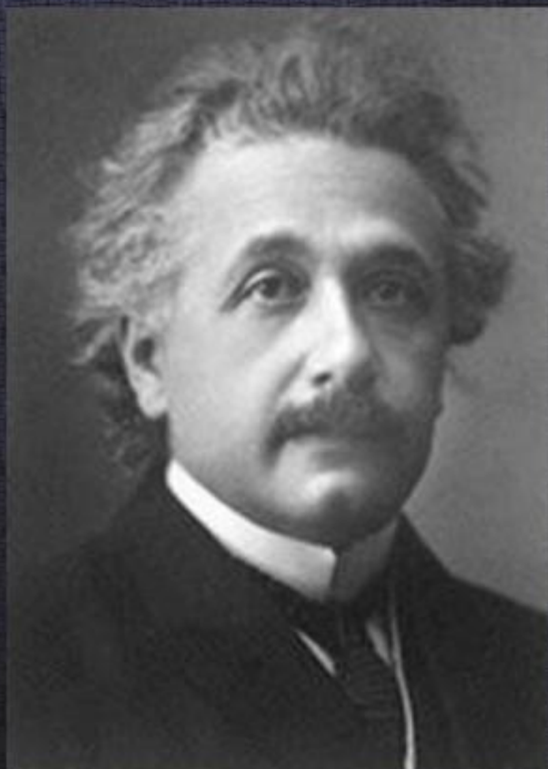
Trataremos apenas de

CINEMÁTICA RELATIVÍSTICA

O que queremos estudar?

- Queremos estudar como dois observadores, em movimento uniforme um em relação ao outro, descrevem os fenômenos físicos....

Os postulados da Relatividade Especial



Princípio da Relatividade:

As leis da Física são as mesmas em todos os referenciais inerciais.

Constância da Velocidade da Luz no vácuo:

A velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor **c** em todos os referenciais inerciais.

Postura:

1. Aceitamos os postulados provisoriamente;
2. Examinamos as conseqüências que decorrem dos postulados;
3. Examinamos a concordância dessas conseqüências com os experimentos;
4. Decidimos, à luz de 3., se queremos ou não continuar aceitando os postulados e a teoria.

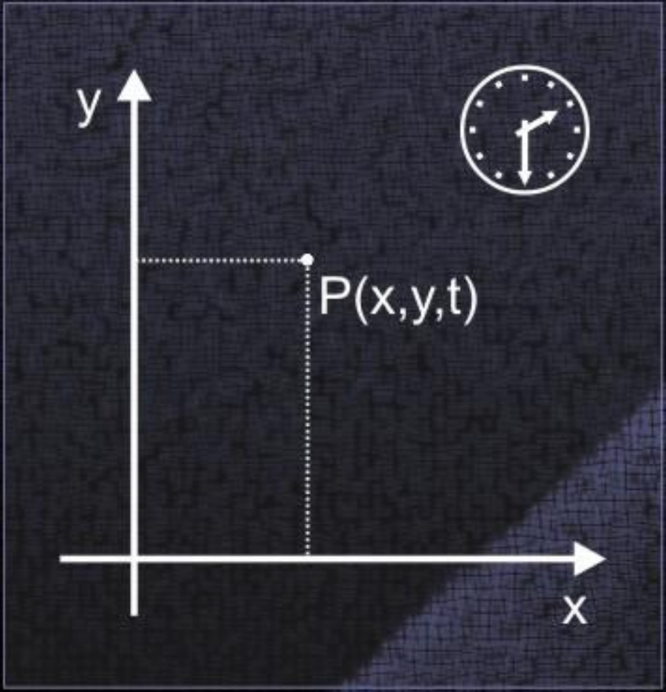
O que são referenciais inerciais??

- Definimos um referencial inercial como sendo um sistema de referência em que vale a Lei da Inércia (1a. Lei de Newton): um corpo sobre o qual atua uma força externa total nula move-se com velocidade constante;
- Um referencial acelerado em relação a um referencial inercial ***não é inercial***;
- Todos os referenciais em movimento relativo uniforme são equivalentes para a formulação de todas as leis físicas (1º. Postulado)

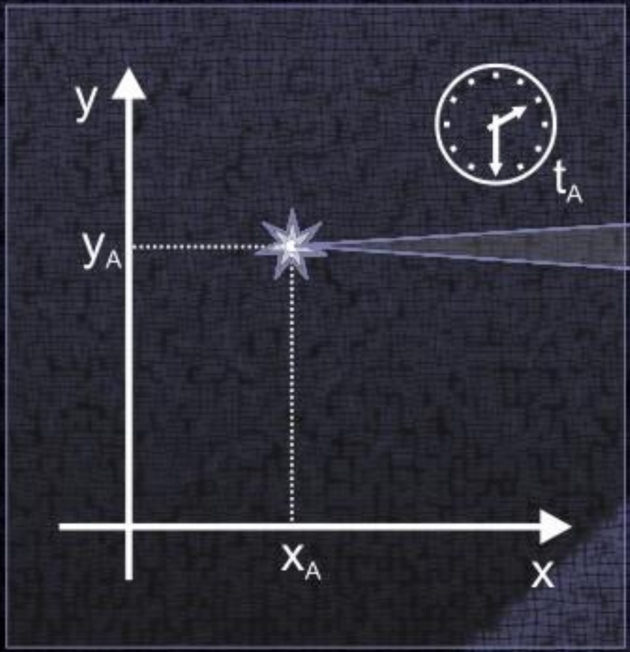
Nesta palestra
(e na Relatividade Especial):

Só estaremos tratando de
Referenciais Inerciais!

Na Relatividade Especial usamos um sistema de referência, ou referencial, com:



- Um sistema de coordenadas para medir distâncias entre pontos no espaço;
- Um sistema de relógios para medir os instantes de tempo;



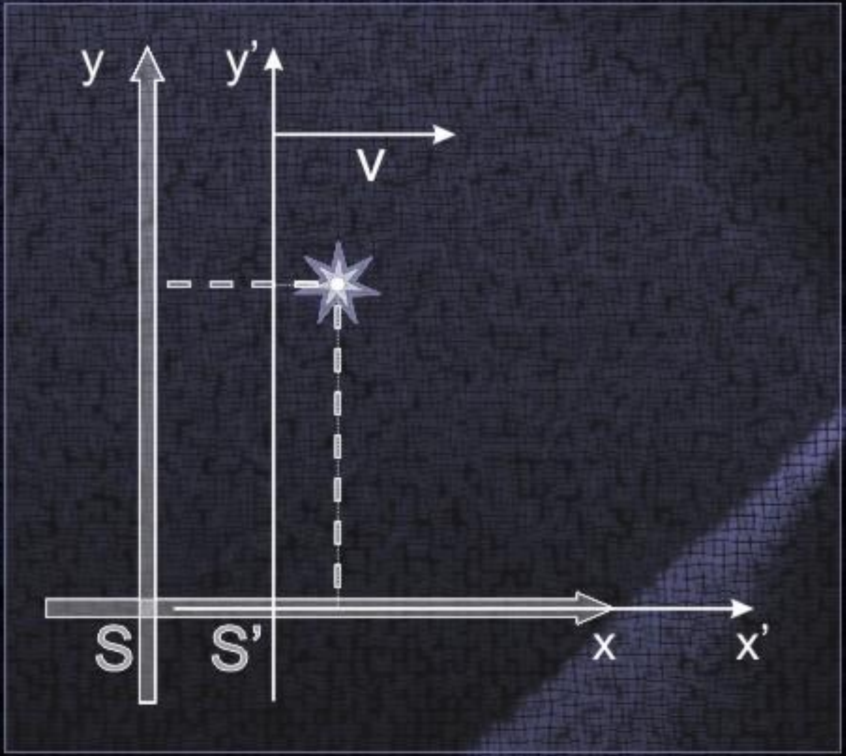
Evento

- É um acontecimento ao qual um observador em um referencial inercial possa atribuir coordenadas espaciais (x,y,z) e uma coordenada temporal t.
- Exemplos de evento:
  - Passagem de um pulso de luz por um ponto no espaço;
  - O acender de uma lâmpada;
  - Uma colisão de duas partículas;
  - Um átomo decaindo;
  - Uma explosão.

Registro de um evento

- Um passarinho está voando no céu e um observador diz em que posição ele está em determinado instante:
  - x_A = 1,4 m
  - y_A = 3,3 m
  - z_A = 0 m
  - t_A = 27 s

E para outro observador?



- O **mesmo** evento pode ser registrado com diferentes coordenadas por um outro observador em um outro referencial!
- O evento não faz parte de nenhum referencial em particular. É apenas um acontecimento e qualquer um pode observá-lo e atribuir coordenadas *x,y,z* e *t* para ele.

Do que se ocupa a Relatividade Especial?

Ela nos responde como dois observadores, em movimento relativo uniforme entre si, vão descrever o **mesmo evento**....

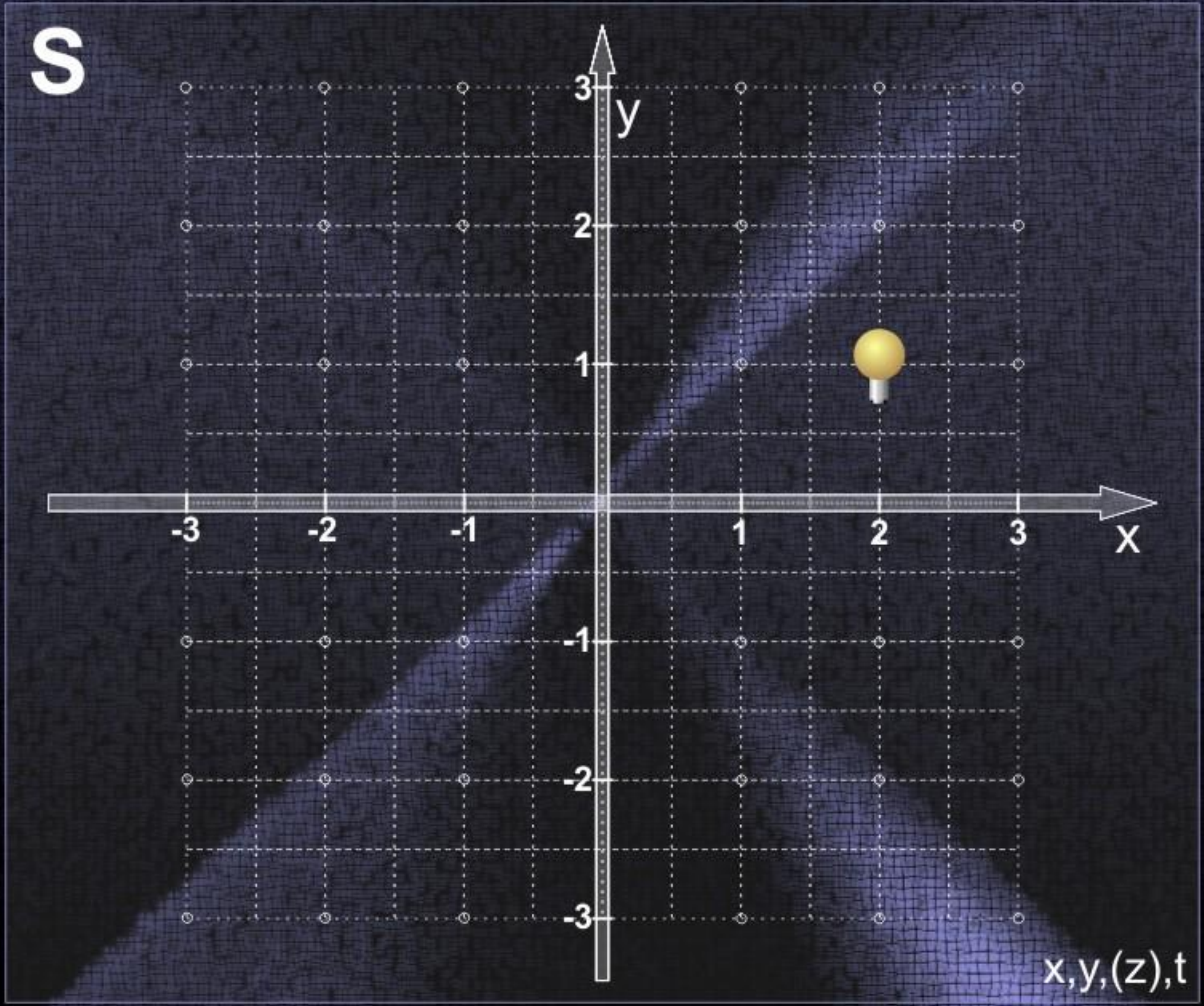
Precisamos entender como um observador fixo em um referencial inercial atribui coordenadas espaciais e tempo a um evento em particular....

(trata-se do princípio... Não precisamos fazê-lo concretamente, mas apenas na nossa imaginação...)

Imaginamos um sistema de coordenadas em que o observador está em repouso como tendo uma grade densa tridimensional de réguas cobrindo todo o espaço:

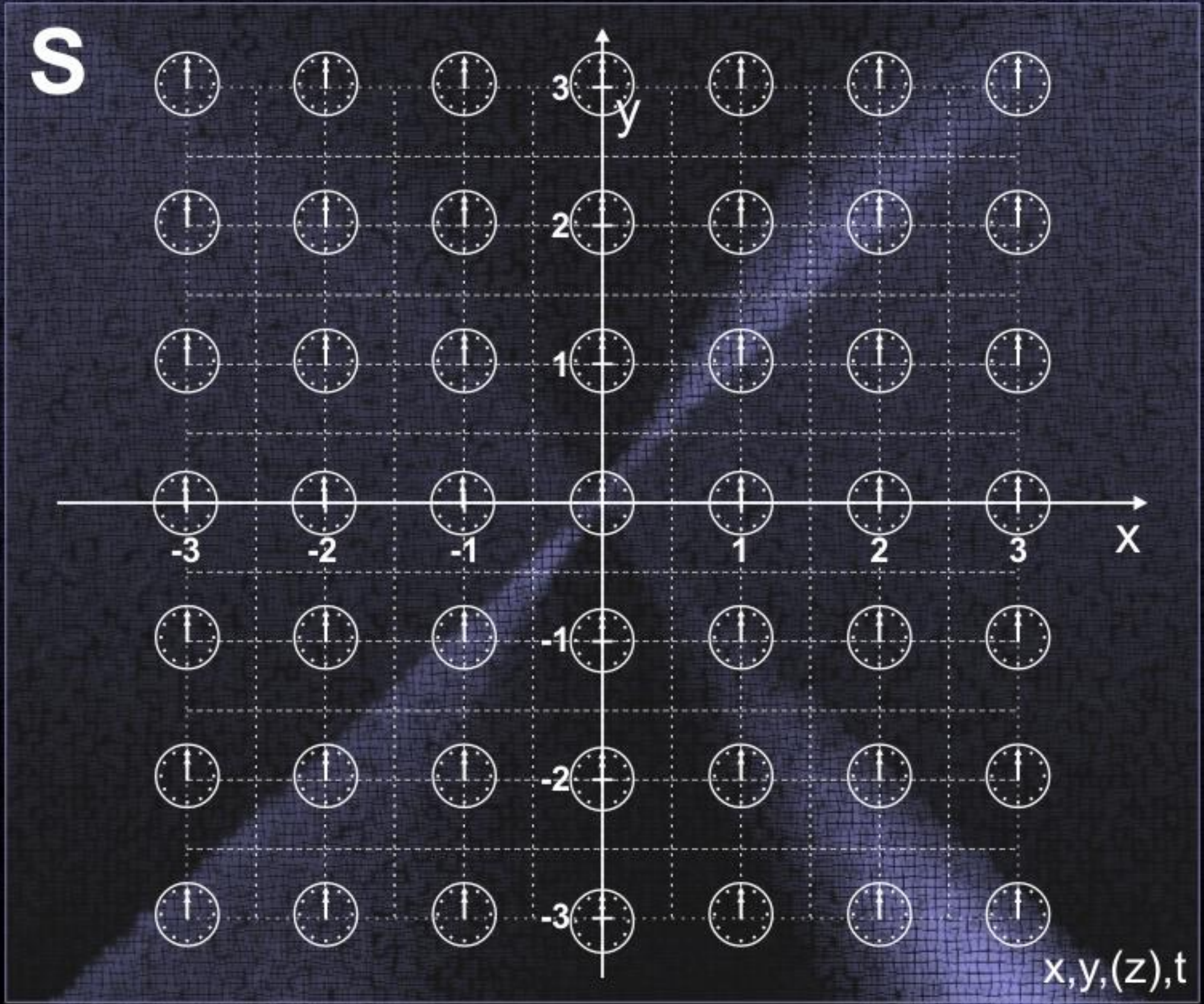
Se alguém acender uma lâmpada em um dado ponto do espaço, o observador precisa apenas ler nas réguas as três coordenadas da localização da lâmpada!

Ele terá as coordenadas *x,y,z* da lâmpada.


S
y
x
3
2
1
-1
-2
-3
-3
-2
-1
1
2
3
x,y,(z),t

E para a coordenada temporal?

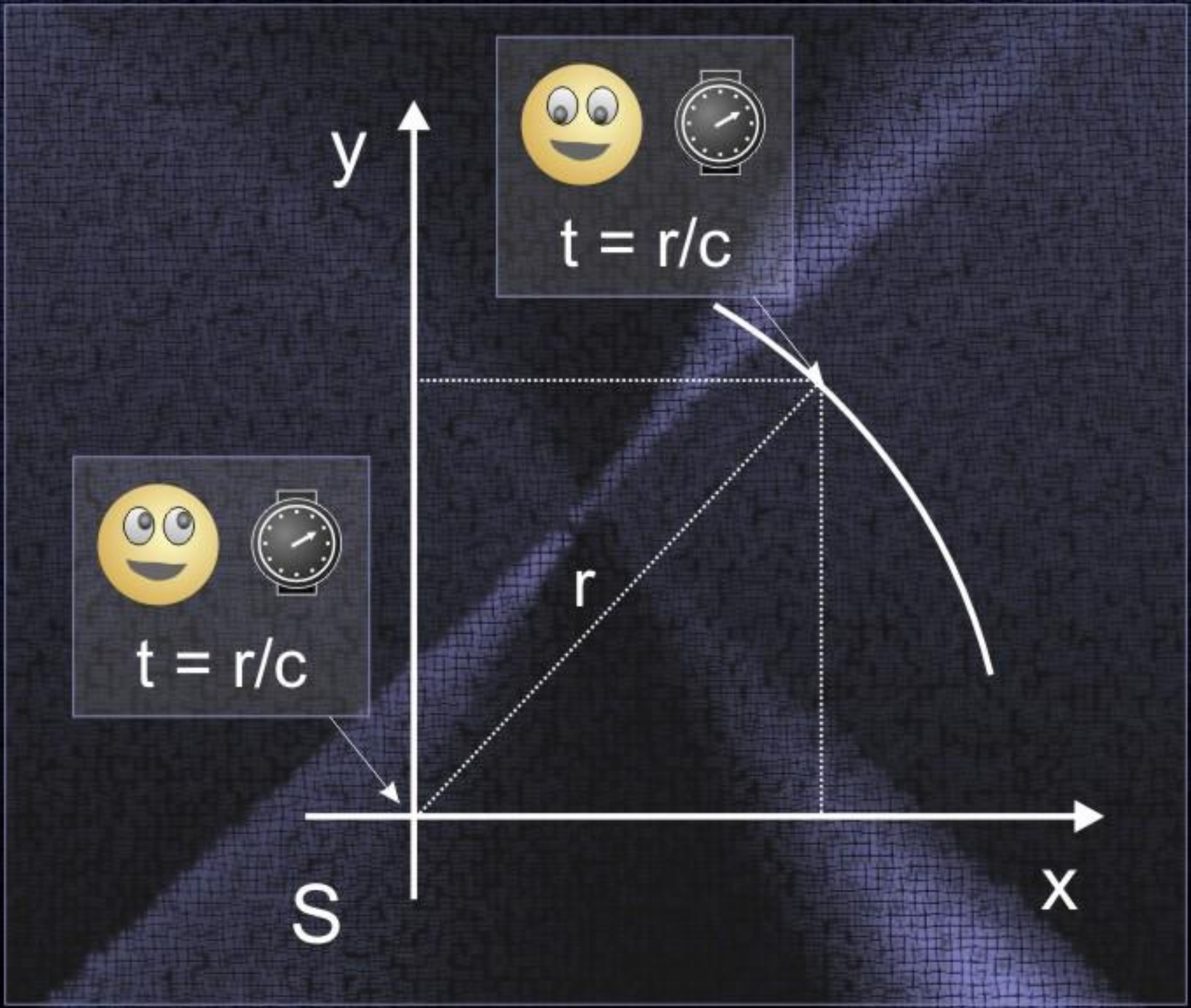
- Imaginemos que cada ponto de interseção da grade de réguas tenha um minúsculo relógio e o observador pode ler a coordenada temporal no relógio que está no local em que o evento acontece!


S
y
3
2
1
-1
-2
-3
x
-3
-2
-1
1
2
3
x,y,(z),t

Mas esses relógios têm que estar sincronizados!

Como fazer isso??

Sincronizando...



Este procedimento pode ser seguido para qualquer relógio em qualquer ponto, e em qualquer referencial inercial!

Queremos comparar:

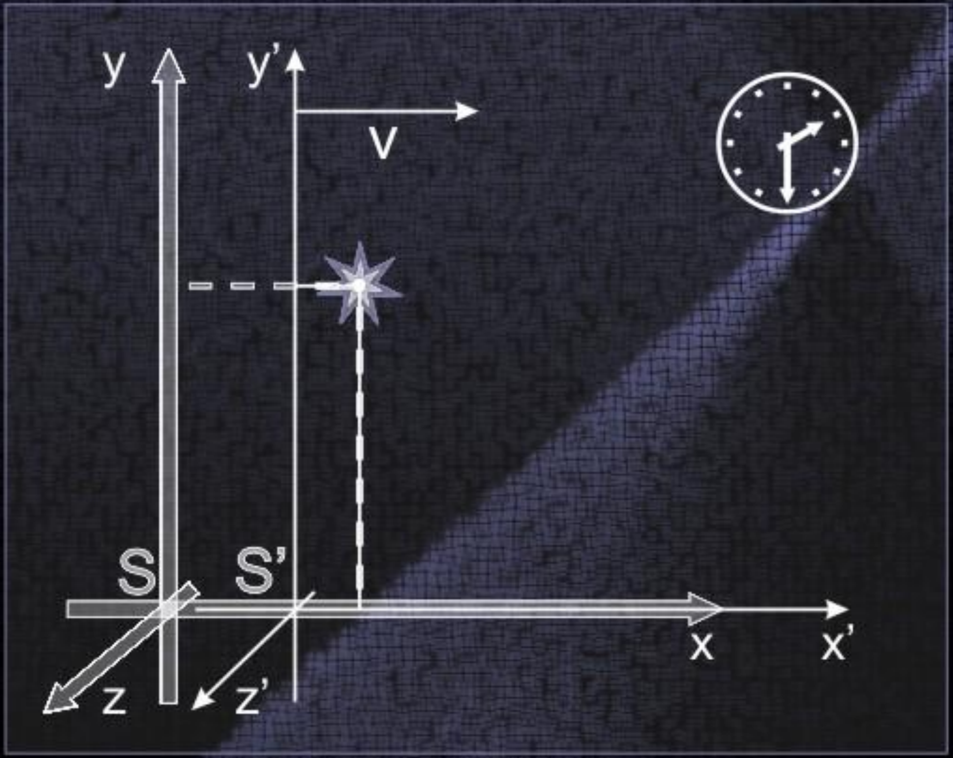
(x,y,z,t) conforme visto por S

com

(x',y',z',t') conforme visto por S'

Antes de Einstein...

As coordenadas para dois observadores em movimento relativo, de acordo com Galileu, seguem as relações:



$$\begin{cases} t' = t \\ x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

Mas e com a relatividade?

A velocidade da luz

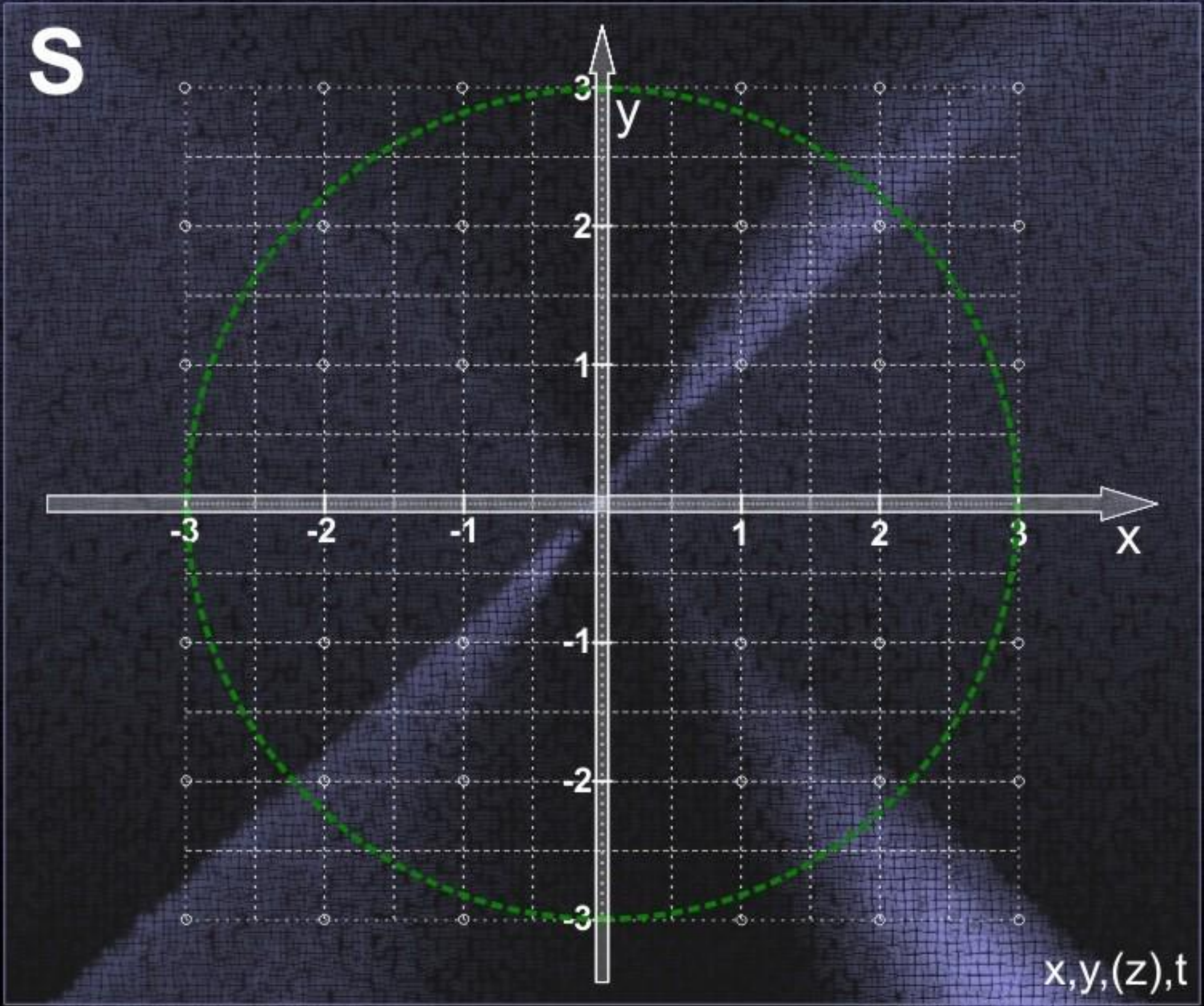
A velocidade da luz foi definida como sendo exatamente...

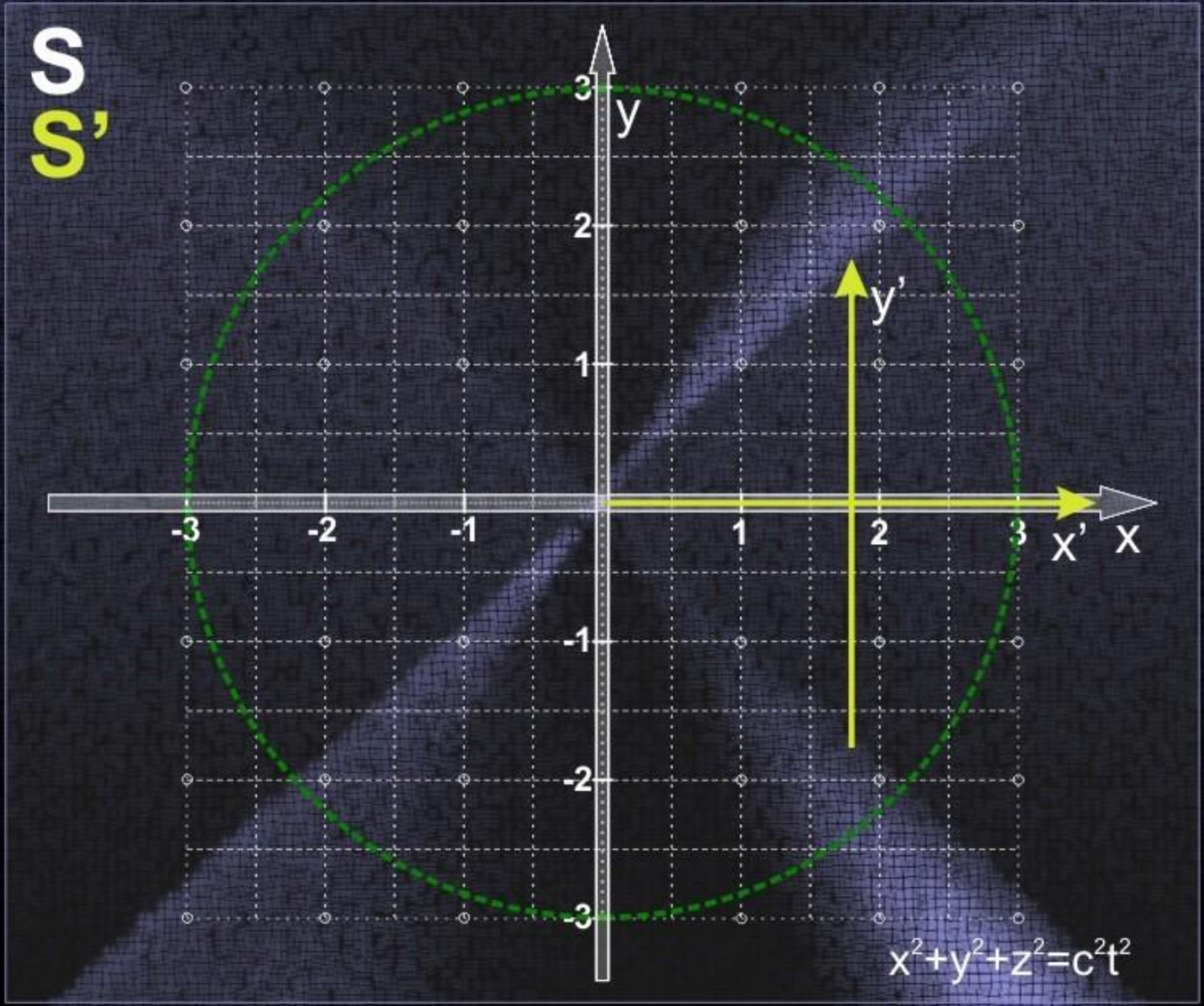
$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

Uma brincadeira...

- E se estivéssemos em um mundo em que

$$c = 5 \text{ m/s}, \quad v = 3 \text{ m/s} \quad ?$$

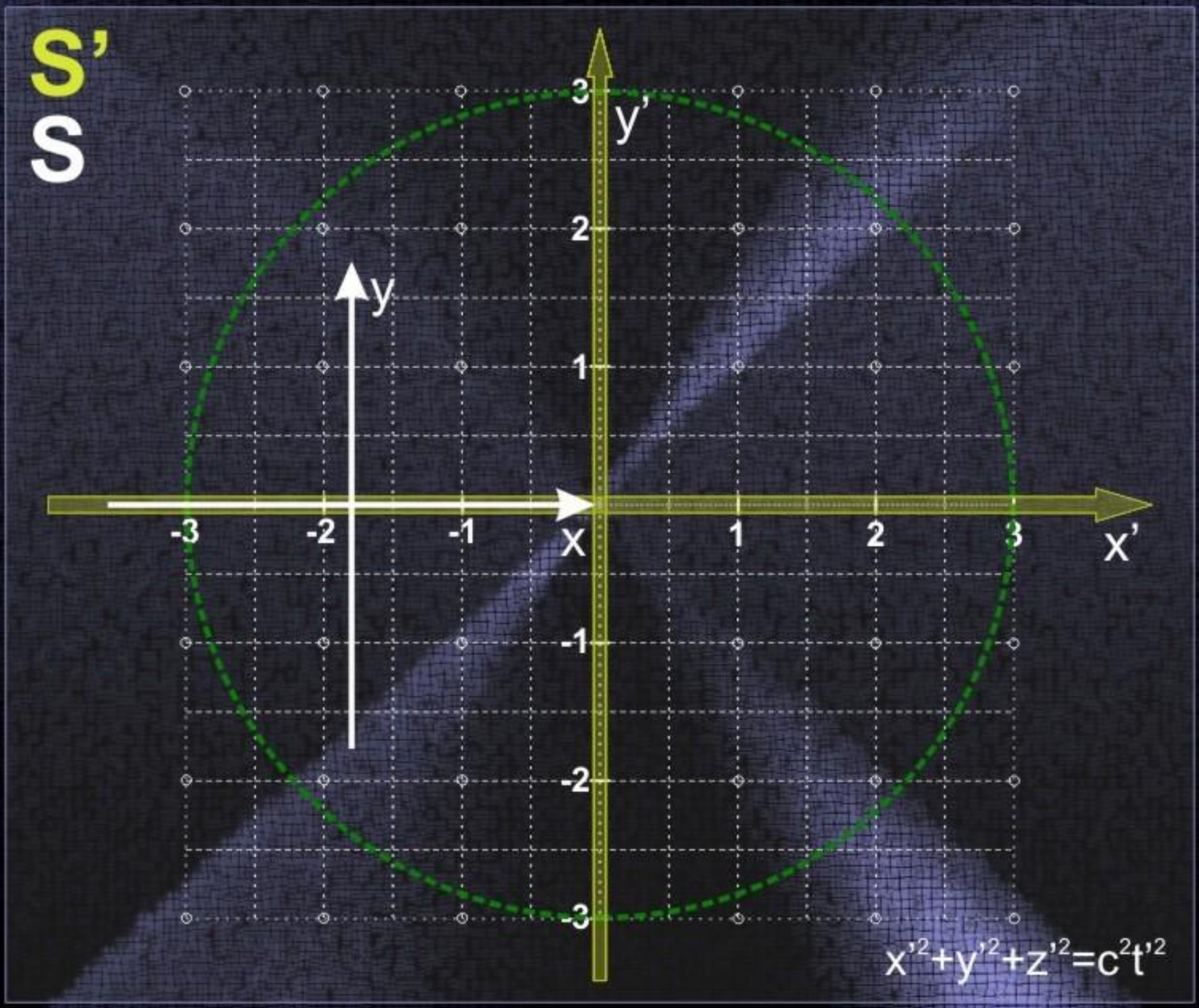

S
y
x
3
2
1
-1
-2
-3
-3
-2
-1
1
2
3
x,y,(z),t


S
S'
y
y'
x'
x
3
2
1
-1
-2
-3
-3
-2
-1
1
2
3
$x^2+y^2+z^2=c^2t^2$

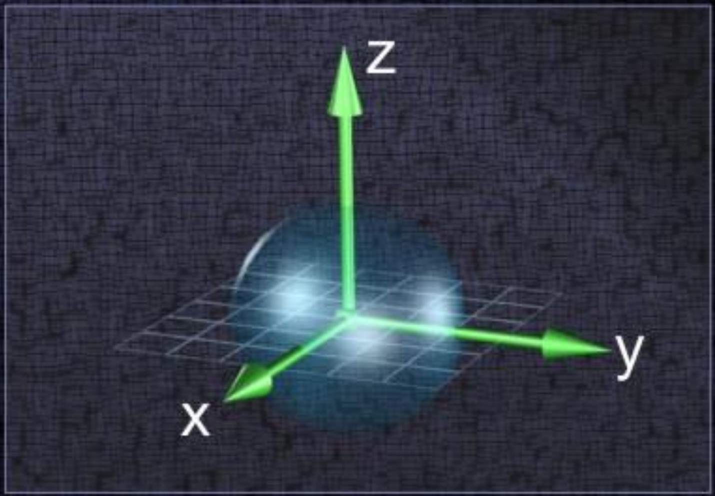
Queremos:

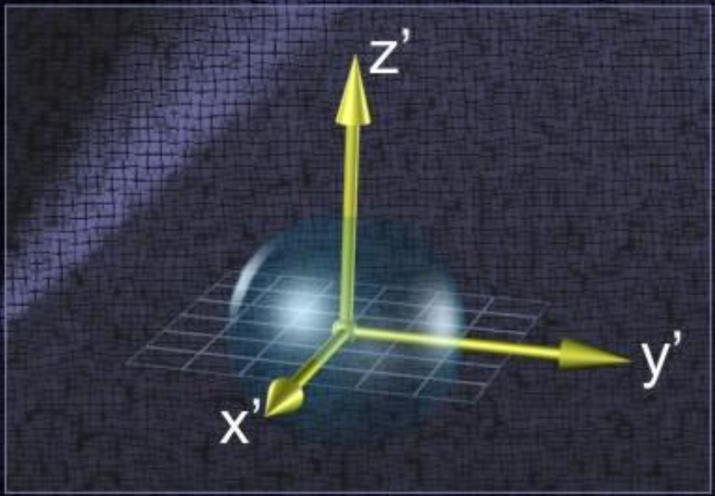
Que ambos os observadores enxerguem
a frente de luz esférica abrindo
com velocidade *c* !!!

Mas como???


S'
S
y'
y
3
2
1
-1
-2
-3
-3
-2
-1
x
1
2
3
x'
$x'^2+y'^2+z'^2=c^2t'^2$

Se ambos vêem uma frente de onda esférica:





$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad \Leftrightarrow \quad (x')^2 + (y')^2 + (z')^2 = c^2 (t')^2$$

$$\Downarrow$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = (x')^2 + (y')^2 + (z')^2 - c^2 (t')^2$$

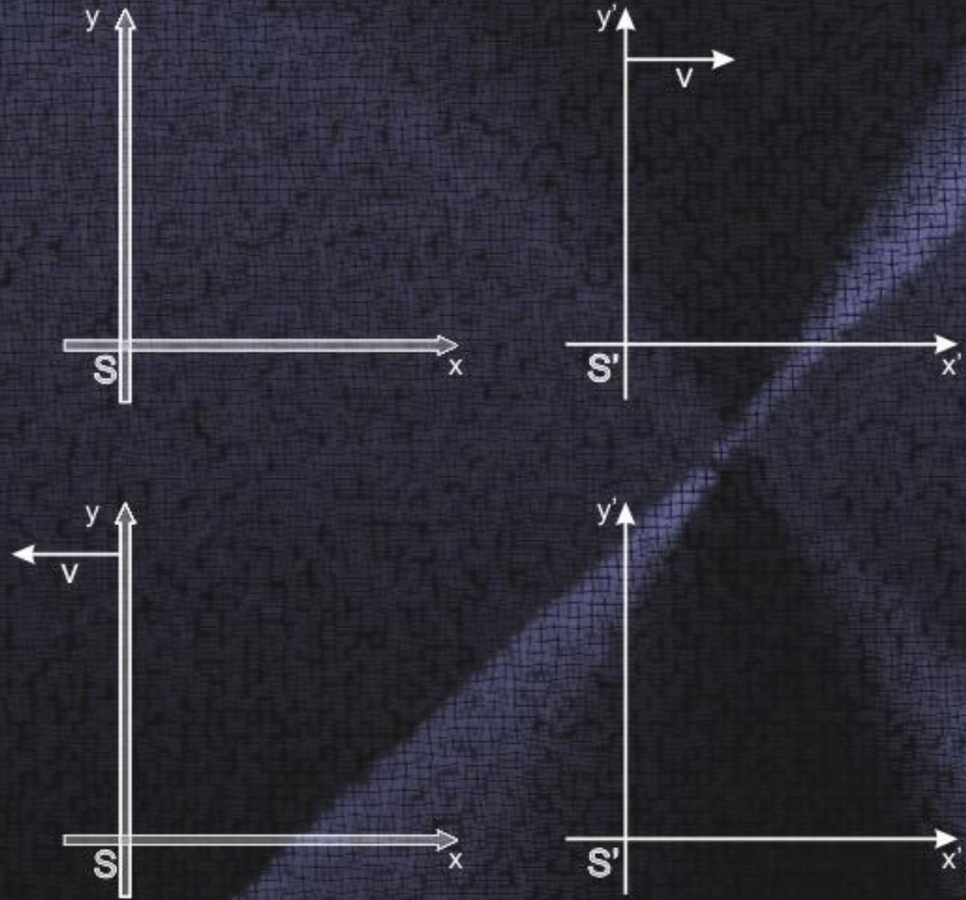
Mas como pode??

Parece evidente que precisamos de uma lei de transformação que misture as coordenadas espaciais e o tempo.

Transformações de Lorentz

$$
\begin{cases}
t' = \gamma\left(t - \dfrac{vx}{c^2}\right) \\
x' = \gamma\left(x - vt\right) \\
y' = y \\
z' = z
\end{cases}
\qquad
\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}
$$

Transformações inversas



$$\begin{cases} t' = \gamma\left(t - \dfrac{vx}{c^2}\right) \\ x' = \gamma\left(x - vt\right) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

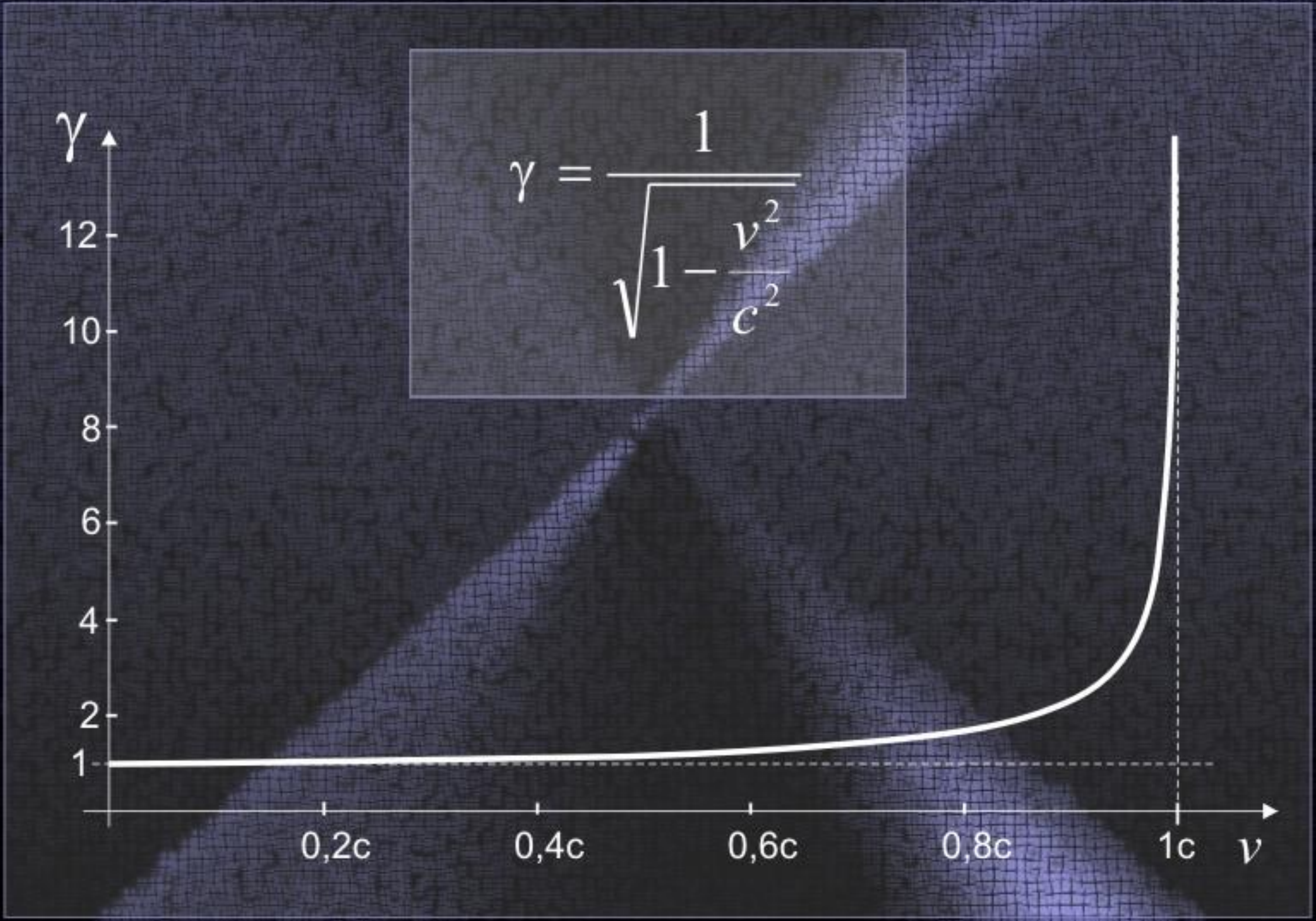
$$\begin{cases} t = \gamma\left(t' + \dfrac{vx'}{c^2}\right) \\ x = \gamma\left(x' + vt'\right) \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

As Transformações de Lorentz mantêm a expressão

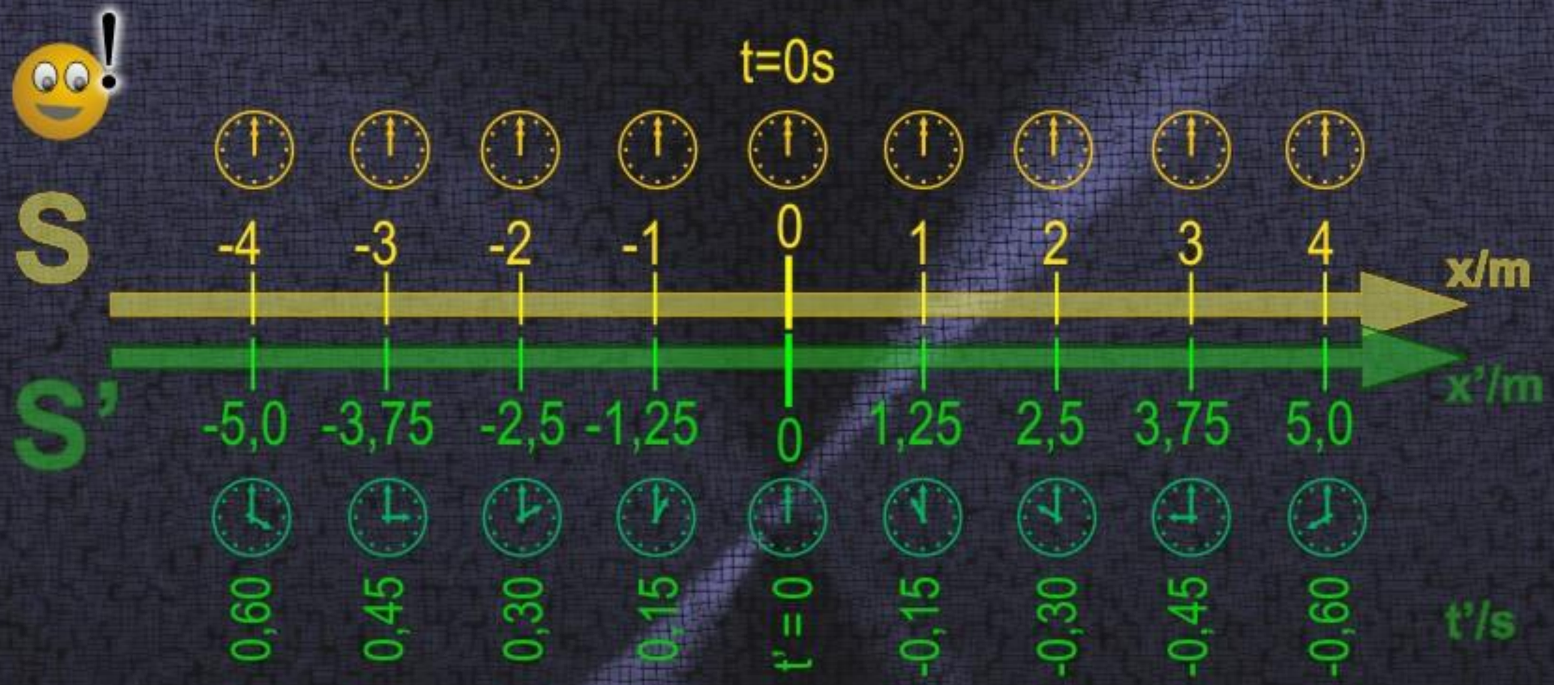
$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$$

invariante!

O Fator de Lorentz



Nossa brincadeira.....



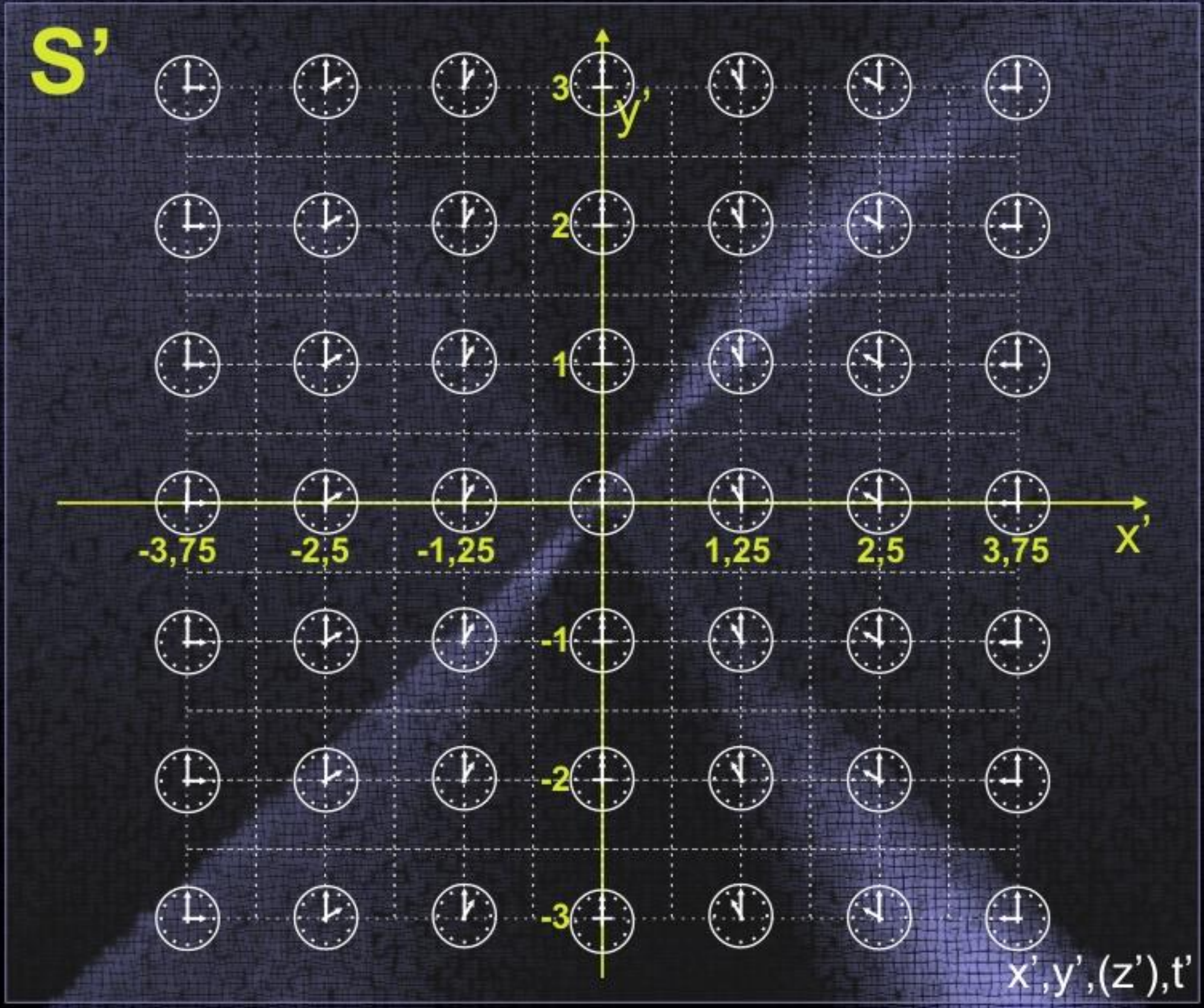
Transformações:

$$\begin{cases} t' = \gamma\left(t - \dfrac{vx}{c^2}\right) \\ x' = \gamma\,(x - vt) \end{cases} \qquad \begin{cases} t = \gamma\left(t' + \dfrac{vx'}{c^2}\right) \\ x = \gamma\,(x' + vt') \end{cases}$$

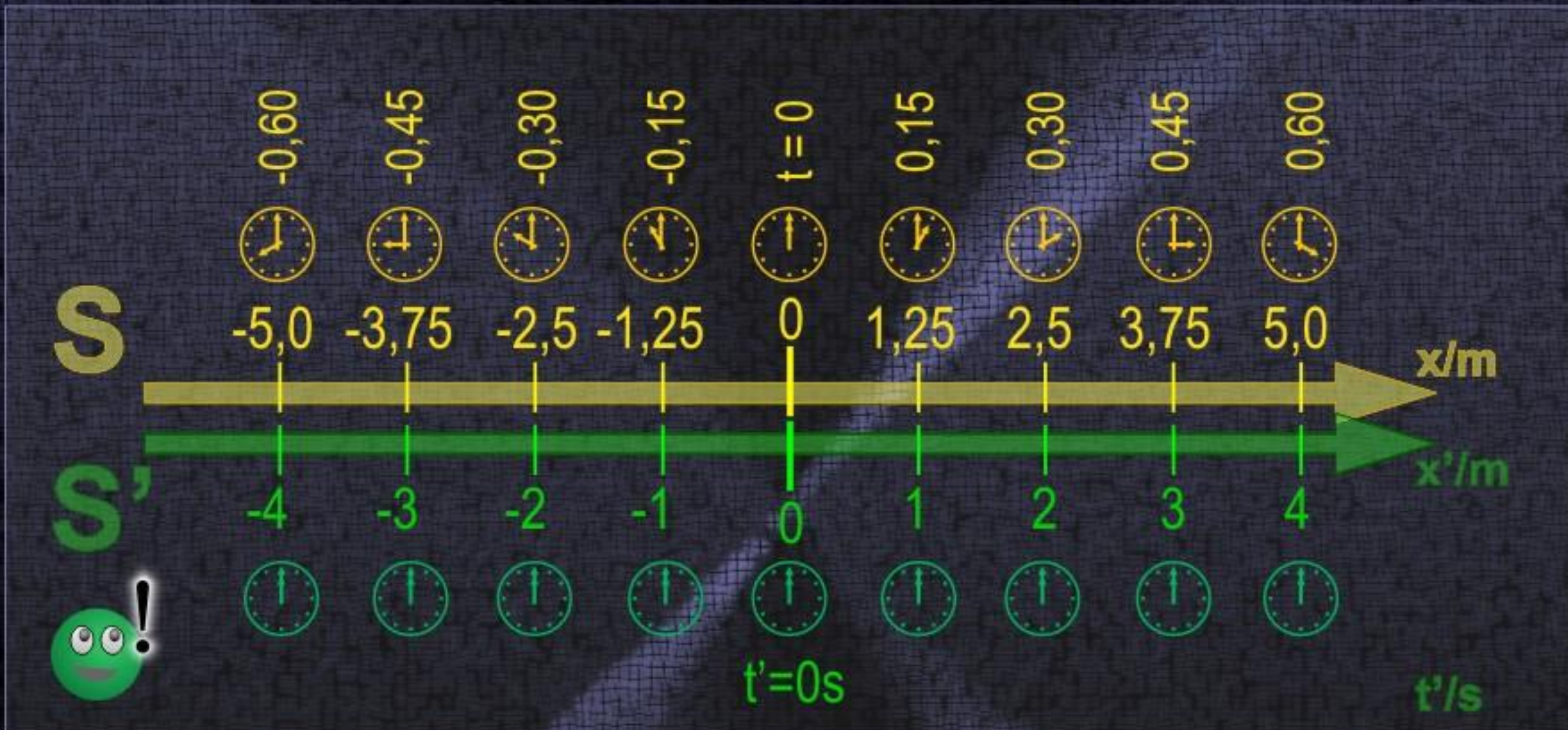
neste caso:

$$\gamma = 5/4$$

Se considerarmos o instante *t=0* em S (simultaneidade em S) , como estarão os relógios nas posições correspondentes em S'??


S'
y'
x'
3
2
1
-1
-2
-3
-3,75
-2,5
-1,25
1,25
2,5
3,75
x',y',(z'),t'

Nossa brincadeira, do outro lado.....



Transformações:

$$\begin{cases} t' = \gamma\left(t - \dfrac{vx}{c^2}\right) \\ x' = \gamma\left(x - vt\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} t = \gamma\left(t' + \dfrac{vx'}{c^2}\right) \\ x = \gamma\left(x' + vt'\right) \end{cases}$$

neste caso:

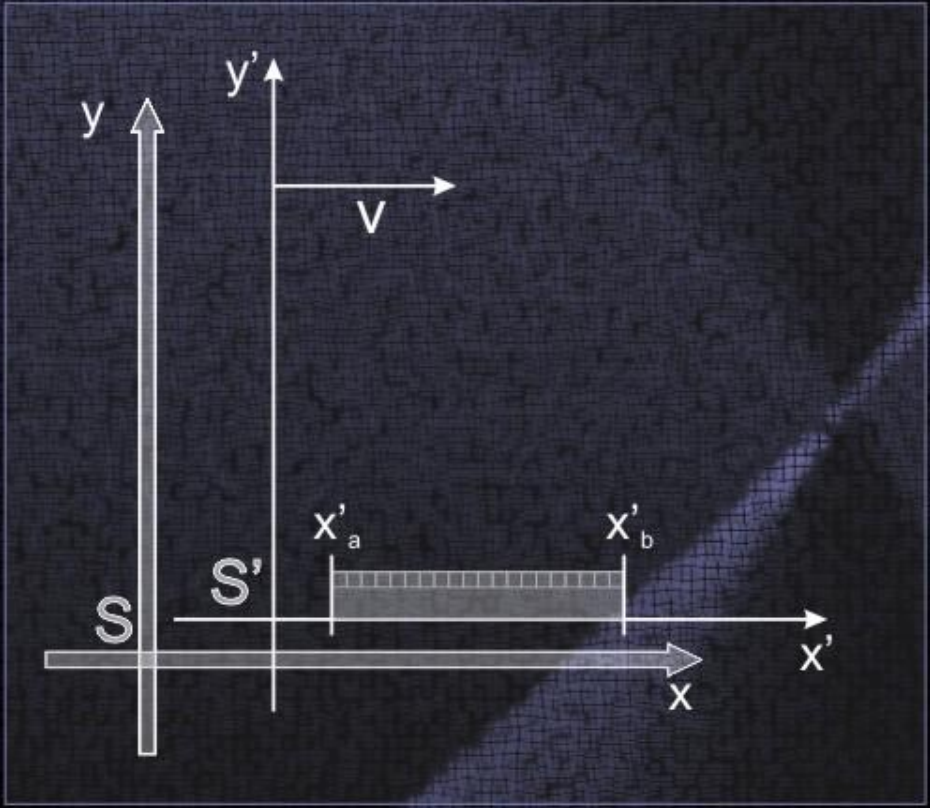
$$\gamma = 5/4$$

- Na Relatividade Especial, espaço e tempo não são mais conceitos separados, mas estão interligados (entrelaçados) de tal maneira que a introdução de um espaço-tempo quadridimensional se torna bastante útil.

Conseqüências :

- Contração dos comprimentos
- Dilatação dos tempos
- Relatividade da simultaneidade

Contração dos comprimentos



- Régua parada em S'
- Comprimento da régua em repouso (em S') $= L_0 = x'_b - x'_a$
- Comprimento da régua segundo S: $L = x_b - x_a$
- Mas $x'_b = \gamma(x_b - v\,t_b)$

  $x'_a = \gamma(x_a - v\,t_a)$

$$L_0 = x'_b - x'_a = \gamma(x_b - x_a)$$

$$L_0 = \gamma L$$

POSIÇÕES x_a e x_b SIMULTÂNEAS em S!!!!!!

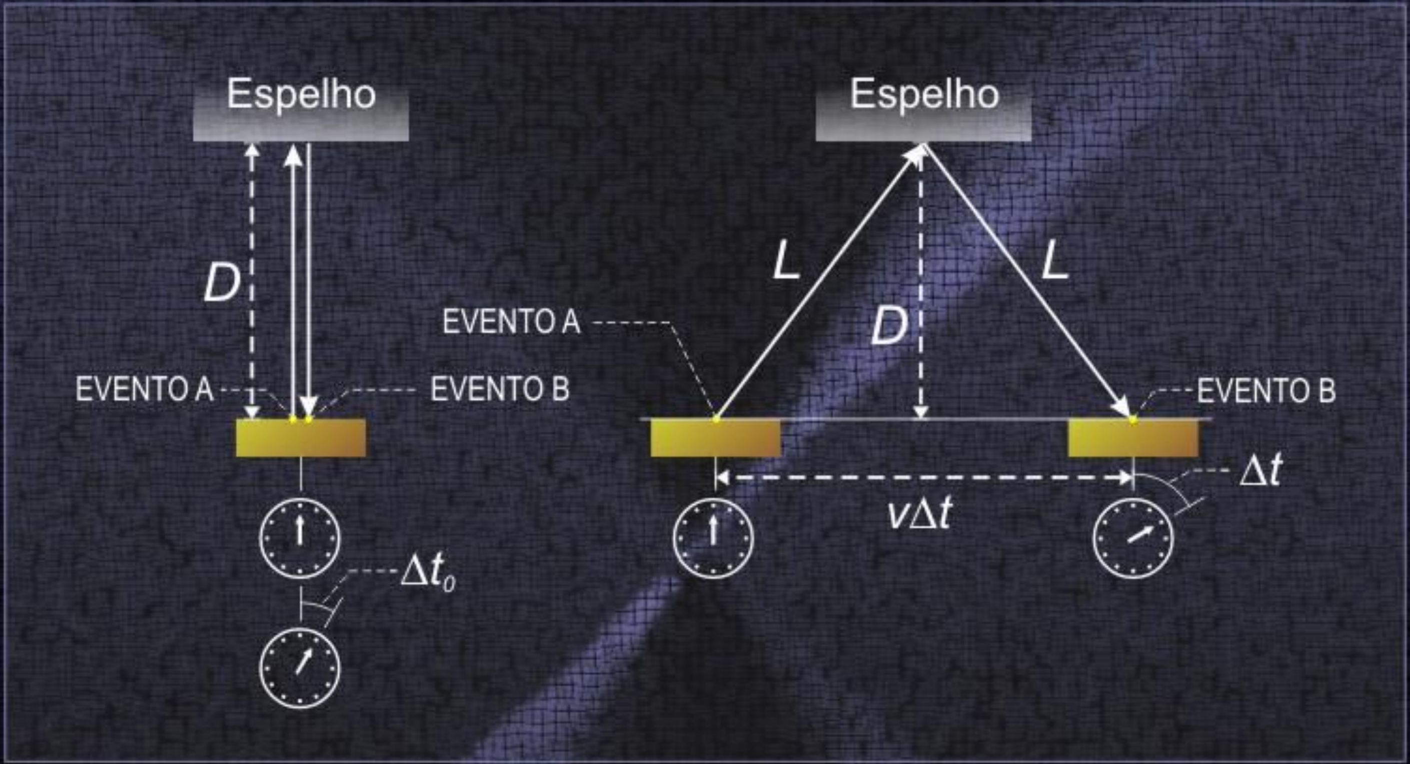
Portanto,

$$L_0 = \gamma L$$

e

$$L_0 > L$$

Dilatação dos intervalos de tempo



$$\Delta t_0 = \frac{2D}{c}$$

$$\Delta t = \frac{2L}{c}$$

$$L=\sqrt{\left(\frac{1}{2}v\Delta t\right)^2+(D)^2}$$

$$L=\sqrt{\left(\frac{1}{2}v\Delta t\right)^2+\left(\frac{1}{2}c\Delta t_0\right)^2}$$

$$\Delta t=\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

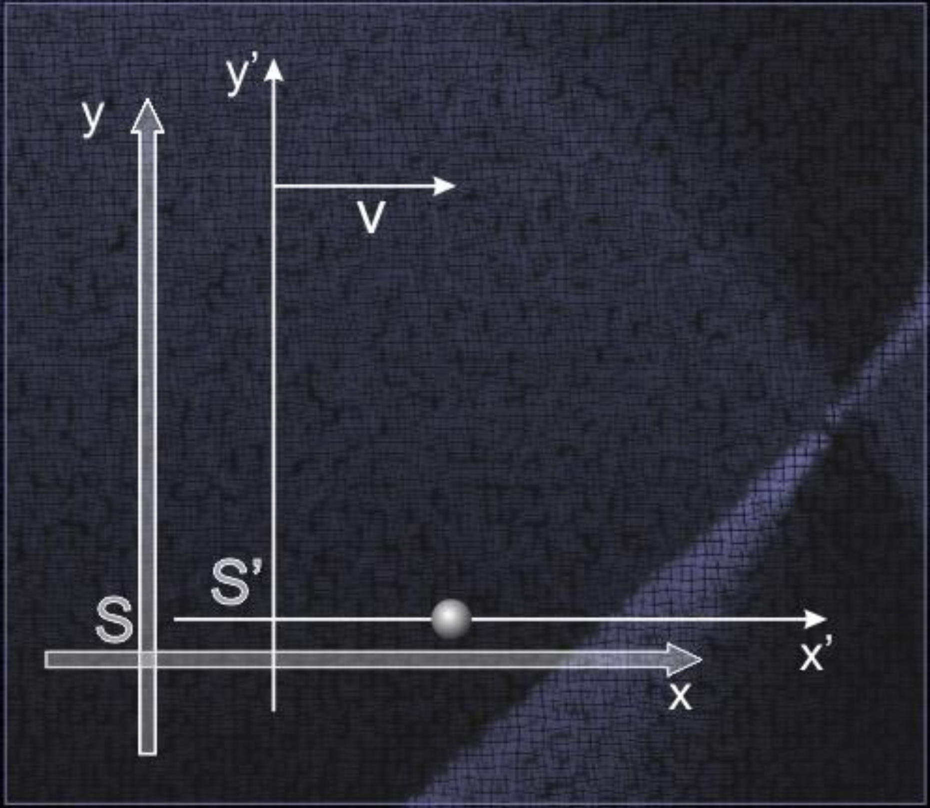
$$\Delta t=\gamma\Delta t_0$$

Importante:

- Para um observador os eventos A e B ocorrem *na mesma posição*, e, portanto, os seus tempos são lidos em *um único relógio*. O intervalo de tempo segundo este observador é o tempo Δt_0 .

- Para o outro observador os eventos A e B ocorrem *em posições diferentes*, e ,portanto, os seus tempos são lidos em *dois relógios diferentes.* O intervalo segundo este observador é $\Delta t > \Delta t_0$.

Um exemplo real...



Decaimento do múon

- Múon em repouso em S´
- Vida média do múon Δt_0=2,2μs (em S´)
- Vida média do múon segundo S: $\Delta t = \gamma \Delta t_0$
- Se *v=0,9999c*, então
- $\gamma \cong 70{,}7$
- *e* $\Delta t = 155{,}5$ μs

Relatividade da simultaneidade

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \Rightarrow \Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}\right)$$

- Portanto, se dois eventos que ocorrem em lugares diferentes em S ($\Delta x \neq 0$) forem simultâneos para um observador (por exemplo, se $\Delta t = 0$ no referencial S), então no referencial S' eles não serão simultâneos pois:

$$\Delta t' = -\gamma\left(\frac{v\Delta x}{c^2}\right)$$

Transformação de velocidades:

$$\begin{cases} t' = \gamma\left(t - \dfrac{vx}{c^2}\right) \\ x' = \gamma\,(x - vt) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dt' = \gamma\left(dt - \dfrac{vdx}{c^2}\right) \\ dx' = \gamma\,(dx - vdt) \end{cases}$$

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{(dx - vdt)}{\left(dt - \dfrac{vdx}{c^2}\right)} \Rightarrow u'_x = \frac{u_x - v}{\left(1 - \dfrac{u_x v}{c^2}\right)}$$

E, analogamente,

$$u'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{\gamma\left(dt - \frac{vdx}{c^2}\right)}$$

$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}$$

$$u'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{\gamma\left(dt - \frac{vdx}{c^2}\right)}$$

$$u'_z = \frac{u_z}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}$$

Evidentemente, vale a transformação inversa:

$$u_x = \frac{u'_x + v}{\left(1 + \frac{u'_x v}{c^2}\right)}$$

$$u_y = \frac{u'_y}{\gamma\left(1 + \frac{u'_x v}{c^2}\right)}$$

$$u_z = \frac{u'_z}{\gamma\left(1 + \frac{u'_x v}{c^2}\right)}$$

Suponhamos ...

- Que estamos nos movendo dentro de uma nave espacial com velocidade 0,5c no referencial da nave e que a própria nave espacial também está se movendo com velocidade 0,5c visto por um observador na Terra.
- Então, $u'_x = 0,5c$ e $v=0,5c$.
- Com relação ao referencial na Terra, a velocidade com que estamos nos movendo será

  apenas 0,8c!!

Conseqüência da regra da adição:

- $\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}c \neq 1c$!

Repetindo a brincadeira ...

- Supondo que estamos nos movendo dentro de uma nave espacial com velocidade 0,9c no referencial da nave e que a própria nave espacial também está se movendo com velocidade 0,9c visto por um observador na Terra.
- Então, $u'_x = 0{,}9c$ e $v=0{,}9c$.
- Com relação ao referencial na Terra, a velocidade com que estamos nos movendo será apenas 0,9945c!!

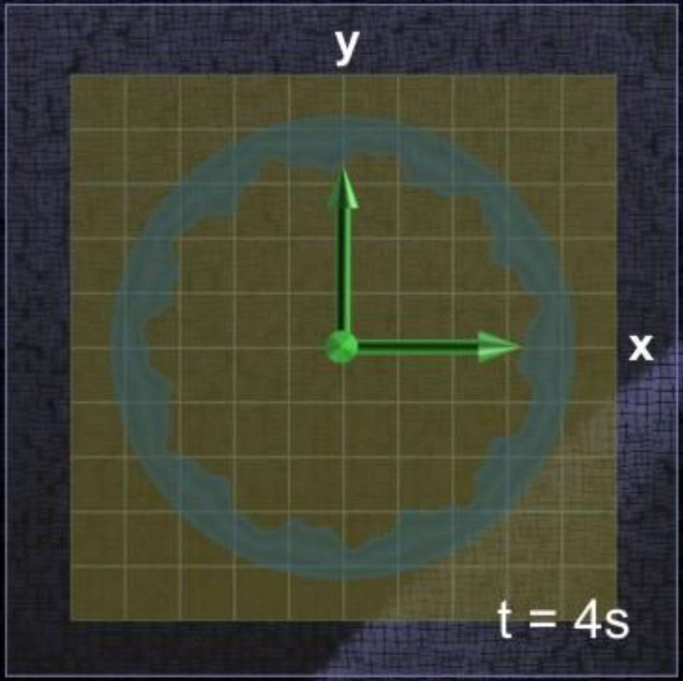
H. Minkowski

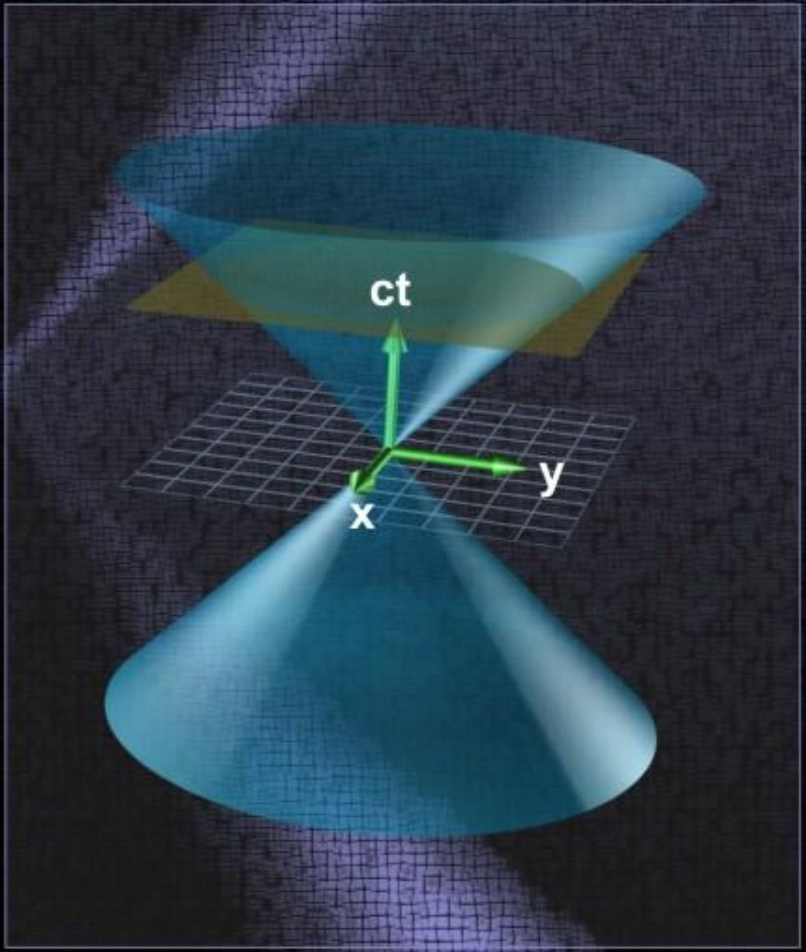
(em palestra na 80ª Assembléia de Cientistas Naturais e Médicos da Alemanha, em Colônia, 21.09.1908)

- ***"As visões de espaço e tempo que eu desejo colocar perante vocês nasceram do solo da física experimental, e aí reside sua força. Elas são radicais. Daqui para frente, espaço em si e tempo em si estão destinados a submergirem em meras sombras, e somente uma espécie de união dos dois preservará uma realidade independente."***

Ano Mundial da
FÍSICA
2005

Cone de luz

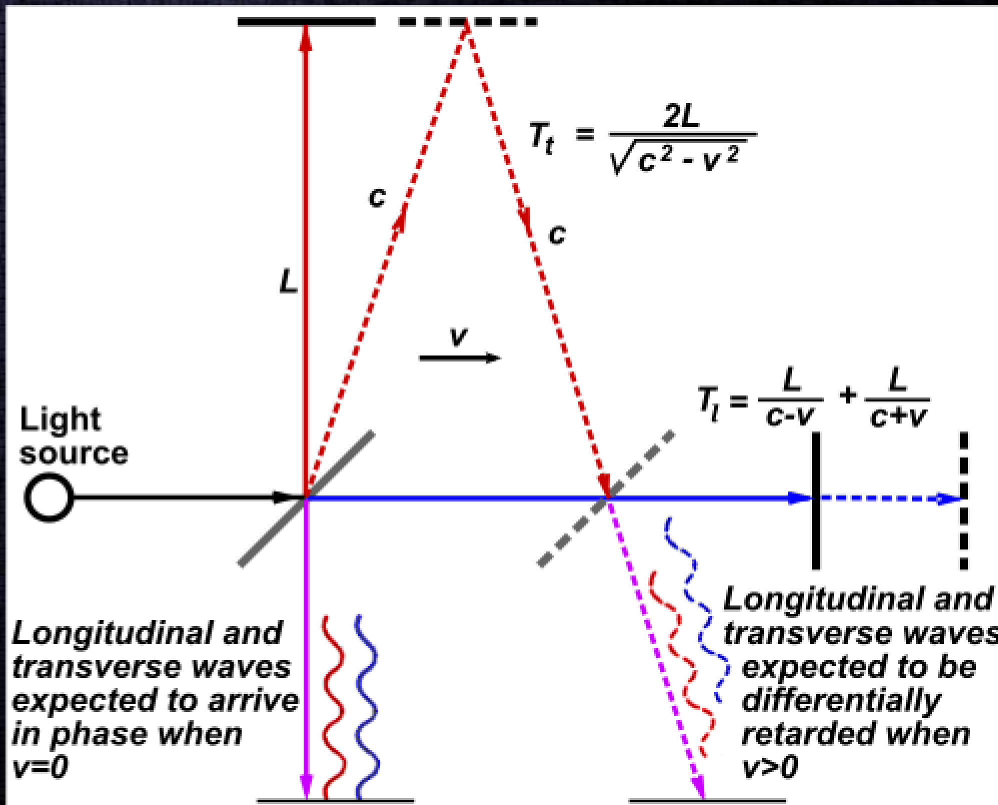




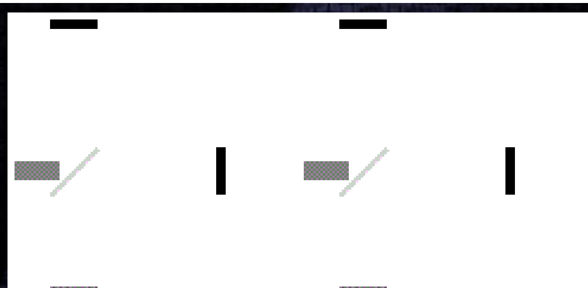
Um pouco da história....

- 1881/1887- Michelson & Morley e seu interferômetro;
- 1888 - Heaviside deformação de corpos em movimento;
- 1889 - Fitzgerald e Lorentz contração dos comprimentos;
- 1892 - Lorentz: transformações (1ª ordem) e "tempo local" para explicar resultado nulo de MM;
- 1898 - Poincaré: simultaneidade, sincronização, invariância das leis da Física, transformações de Lorentz simétricas;
- 1905 - Einstein: dois postulados e Relatividade Especial;
- 1908 - Minkowski: geometrização da Relatividade, forma quadrática invariante para medir intervalos entre eventos.
- 1915 – Einstein: Relatividade Geral.

O experimento de Michelson & Morley (1887)



Wikipedia



Antes de rodar:

$$\Delta_1 = 2\left(\frac{L}{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{L}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

Depois de rodar:

$$\Delta_2 = 2\left(\frac{L}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{L}{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)$$

Diferença de caminho/λ =

$$n = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\lambda} \approx \frac{2Lv^2}{\lambda c^2}$$

L=11 m, λ ~ 500 nm, v/c ~ 10^{-4} => n~0.44