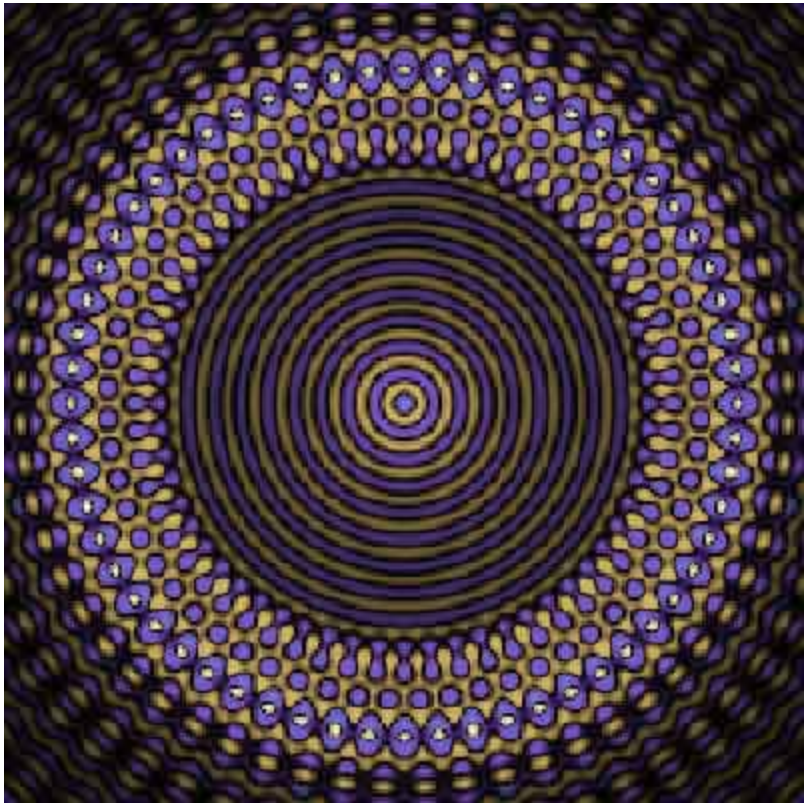


Aula-3
Interferência

Física Geral IV, F 428

Princípio de Huygens

• Christiaan Huygens (1629-1695), físico holandês, apresentou a primeira teoria ondulatória da luz em 1678.

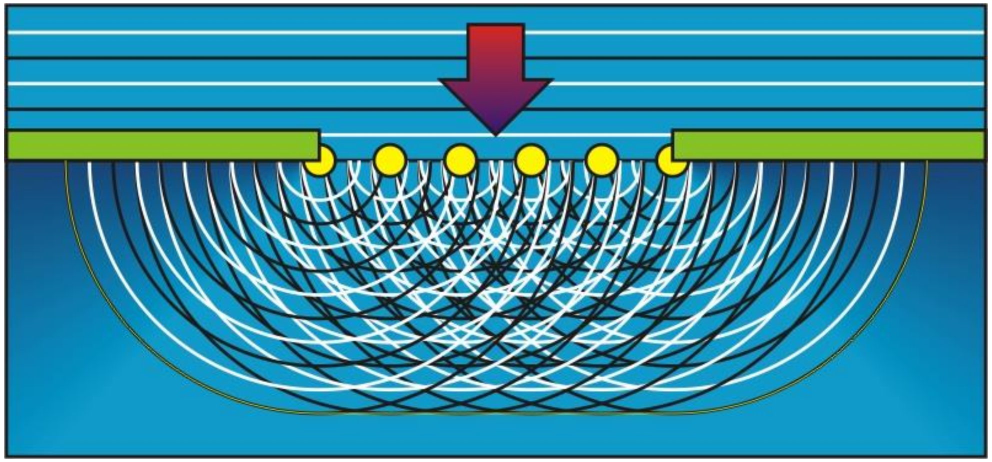
• Teoria mais simples que a Teoria de Maxwell (~ 1865), e permite explicar as leis da reflexão e da refração em termos de ondas.

Princípio de Huygens

- Todos os pontos de uma frente de onda se comportam como ***fontes pontuais*** para ondas secundárias.

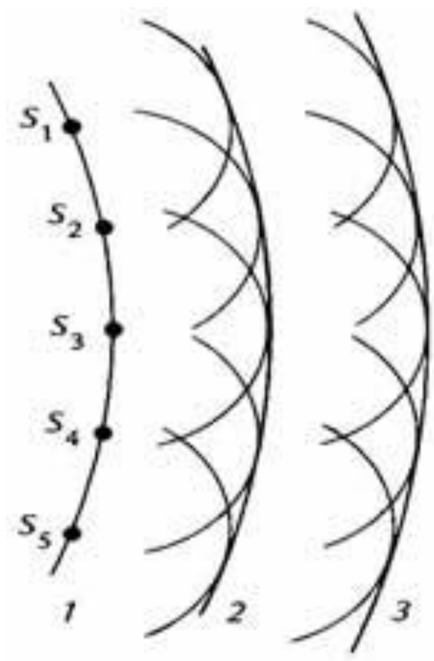
- Depois de um intervalo de tempo *t*, a nova posição da frente de onda é dada por uma superfície tangente a estas ondas secundárias.

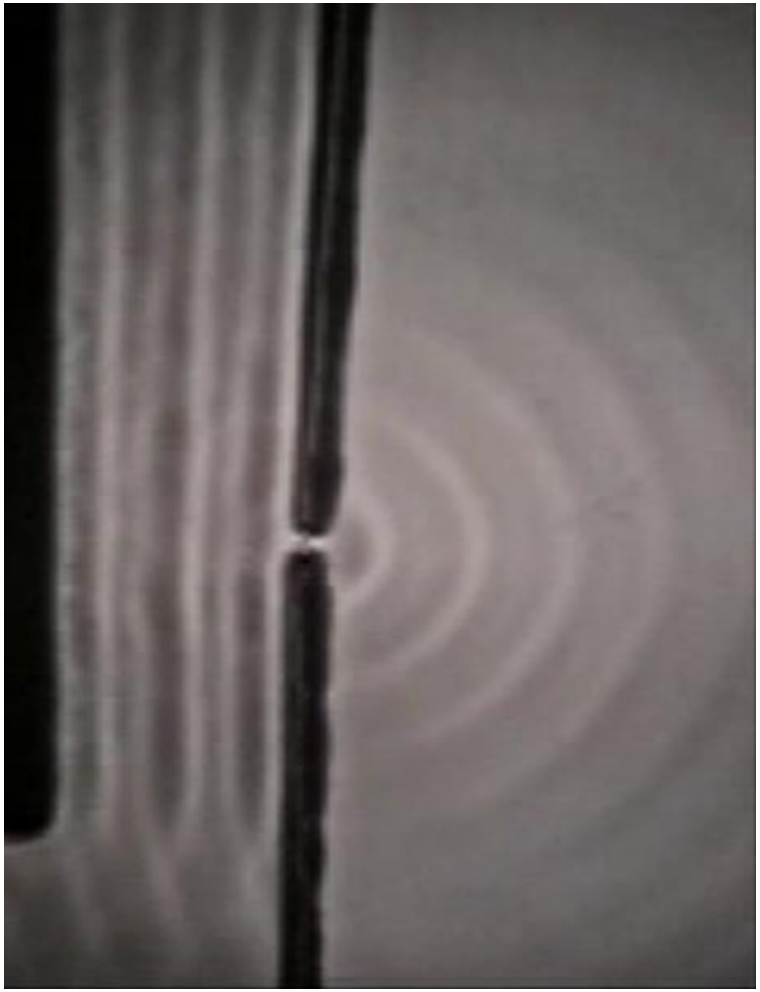
http://id.mind.net/~zona/mstm/physics/waves/propagation/huygens3.html



http://www.colorado.edu/physics/2000/index.pl

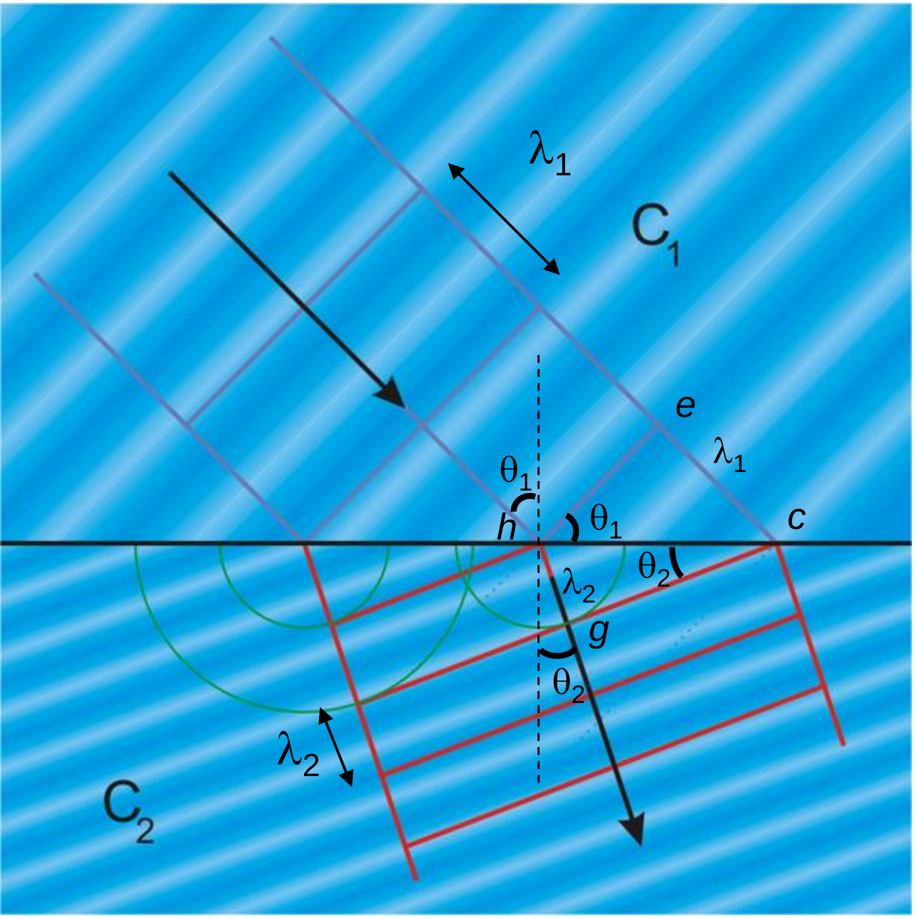
Difração: o princípio de Huygens





(onda + obstáculo = difração)

A refração e a Lei de Snell



$$\Delta t_1 = \Delta t_2$$

$$\frac{\lambda_1}{v_1} = \frac{\lambda_2}{v_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\text{sen}\,\theta_1 = \frac{\lambda_1}{hc}$$

$$\text{sen}\,\theta_2 = \frac{\lambda_2}{hc}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{sen}\,\theta_1}{\text{sen}\,\theta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

A lei da refração

Definição índice de refração: $$n = \frac{c}{v}$$

No nosso caso:

$$n_1 = \frac{c}{v_1} \qquad n_2 = \frac{c}{v_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{sen}\,\theta_1}{\text{sen}\,\theta_2} = \frac{\frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1}$$

ou

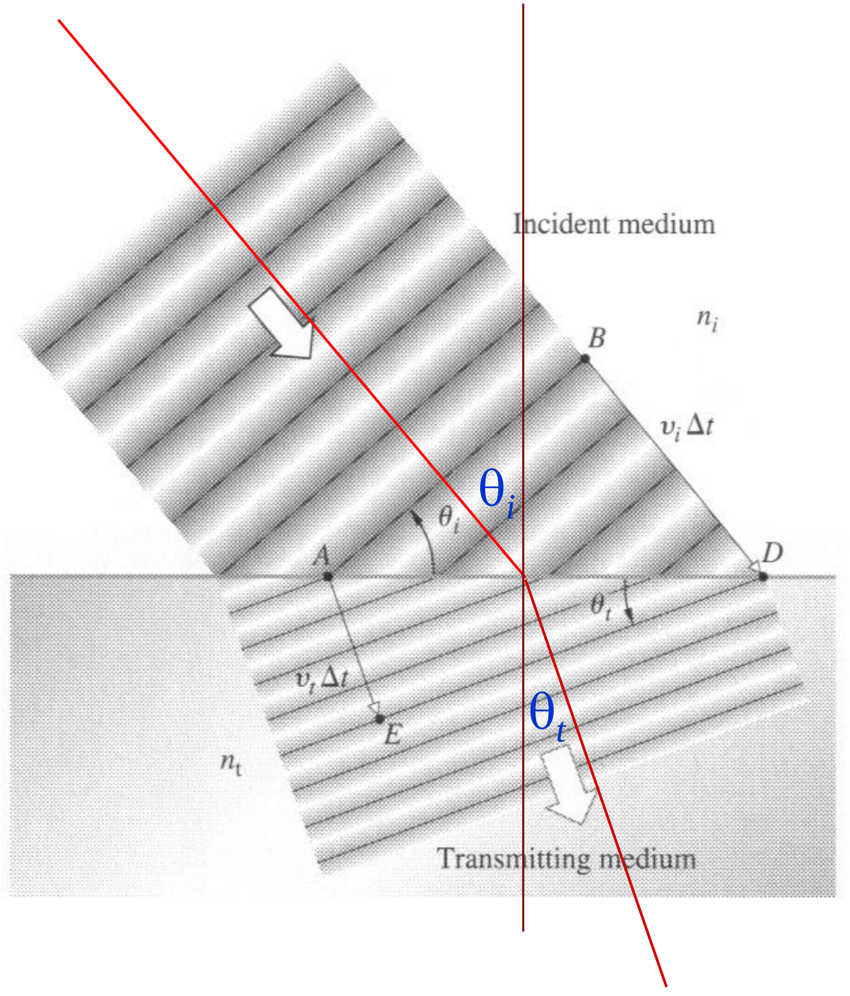
$$\boxed{n_1\,\text{sen}\,\theta_1 = n_2\,\text{sen}\,\theta_2}$$

Lei de Snell

Refração e Lei de Snell

Já vimos a *Lei de Snell:*

$$n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t$$



onde:

$$n_i \equiv \frac{c}{v_i}$$

ou:

$$v_i \equiv \frac{c}{n_i}$$

Frequência e Comprimento de Onda na Refração

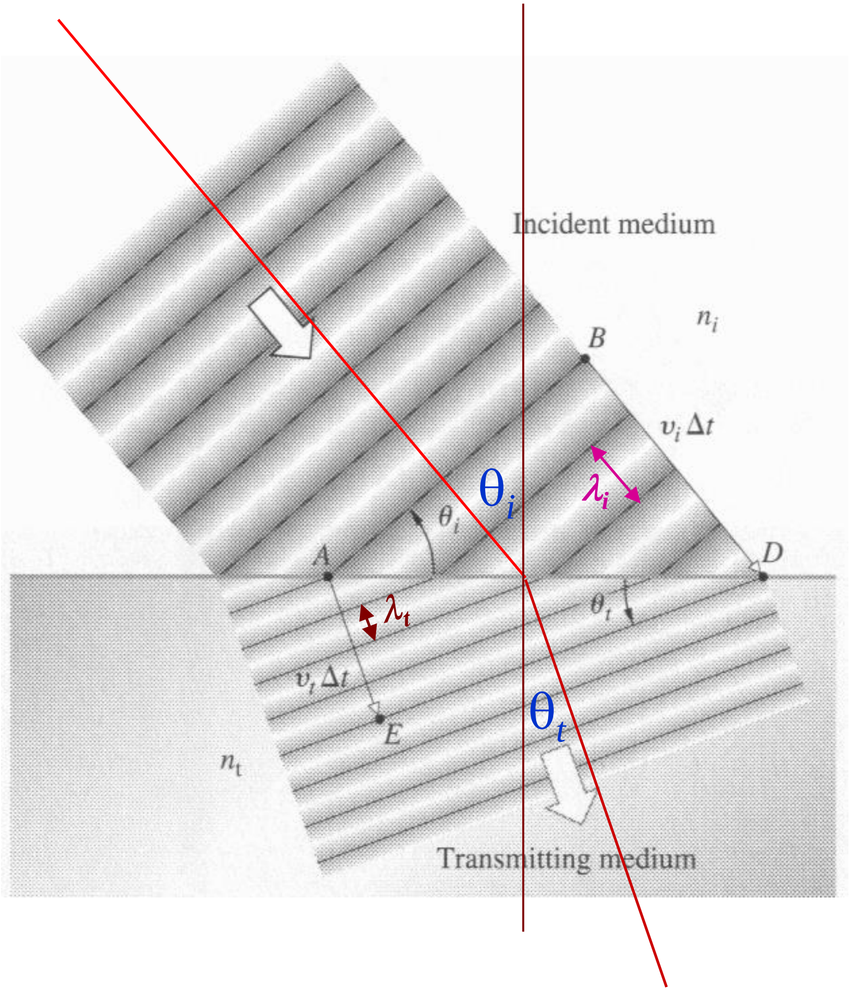
Temos:

$$\frac{n_i}{n_t} = \frac{\sin\theta_t}{\sin\theta_i} = \frac{4\lambda_t \big/ \overline{AD}}{4\lambda_i \big/ \overline{AD}}$$

logo: $$\lambda_t = \frac{n_i}{n_t}\lambda_i$$

se $n_i = 1$ (vácuo):

$$\lambda_t = \frac{\lambda}{n_t}$$



Quanto à frequência (f) ,...

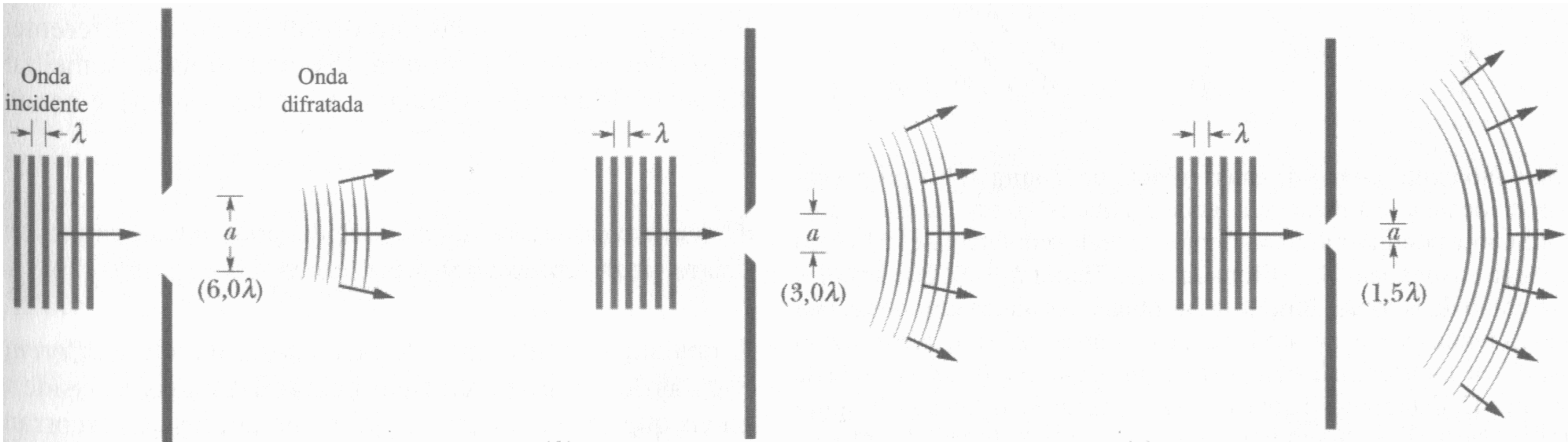
$$\frac{f_t}{f_i} = \frac{v_t / \lambda_t}{v_i / \lambda_i} = \frac{v_t \, \lambda_i}{v_i \, \lambda_t} = \left(\frac{c/n_t}{c/n_i} \right) \left(\frac{\lambda / n_i}{\lambda / n_t} \right) = \frac{n_i}{n_t} \frac{n_t}{n_i} = 1$$

...ela é a mesma, no meio material e no vácuo.

A frequência da luz não muda na passagem da luz de um meio para o outro!

Difração

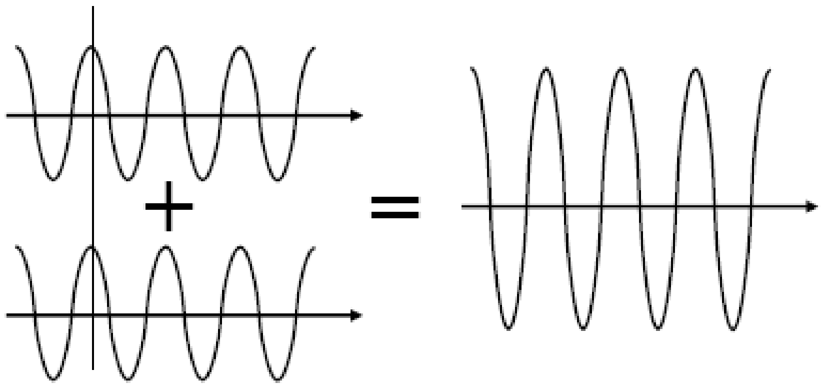
A difração é mais perceptível quando a abertura é da ordem do comprimento de onda da onda incidente.



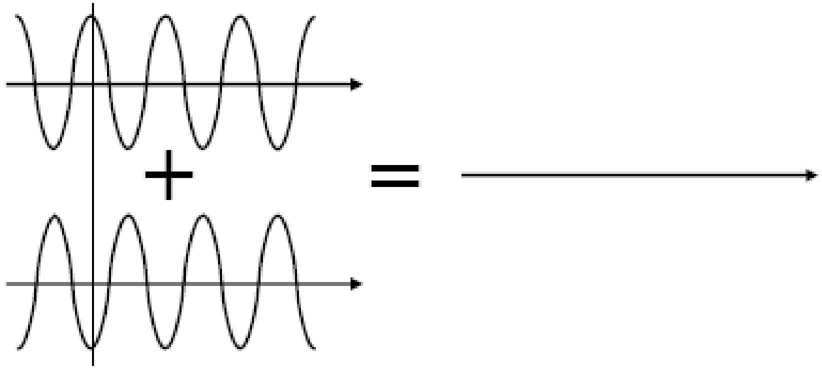
$\lambda << a$ $\lambda < a$ $\lambda \approx a$

Lembrando:

Interferência $\Rightarrow$ superposição



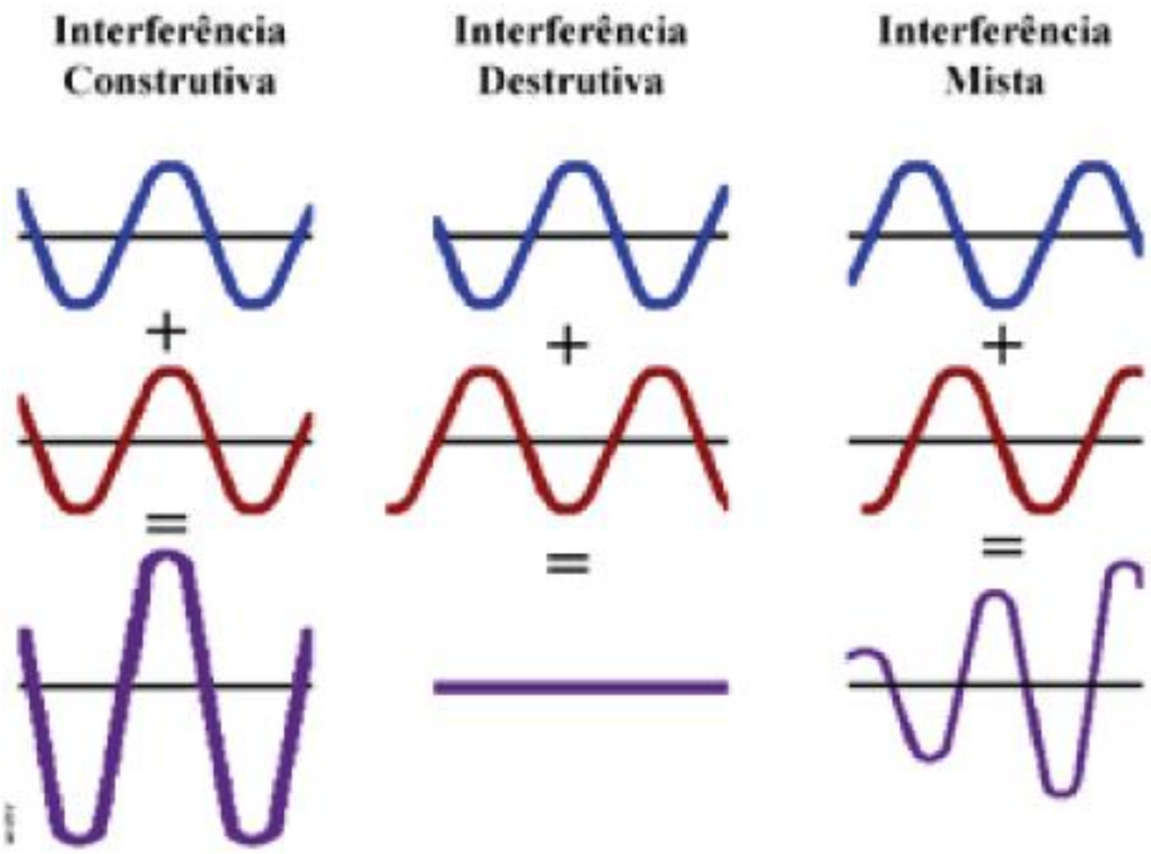
Interferência construtiva



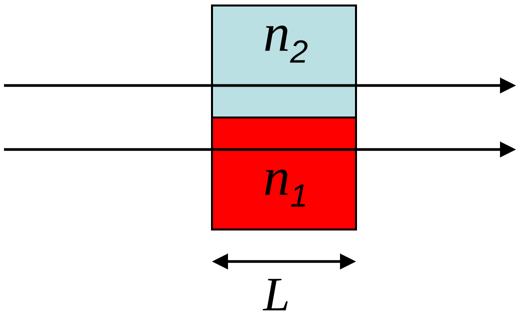
Interferência destrutiva

Se as duas ondas vão interferir construtivamente ou destrutivamente vai depender da diferença de fase entre elas.

Interferência: construtiva / destrutiva



Diferença de caminho óptico

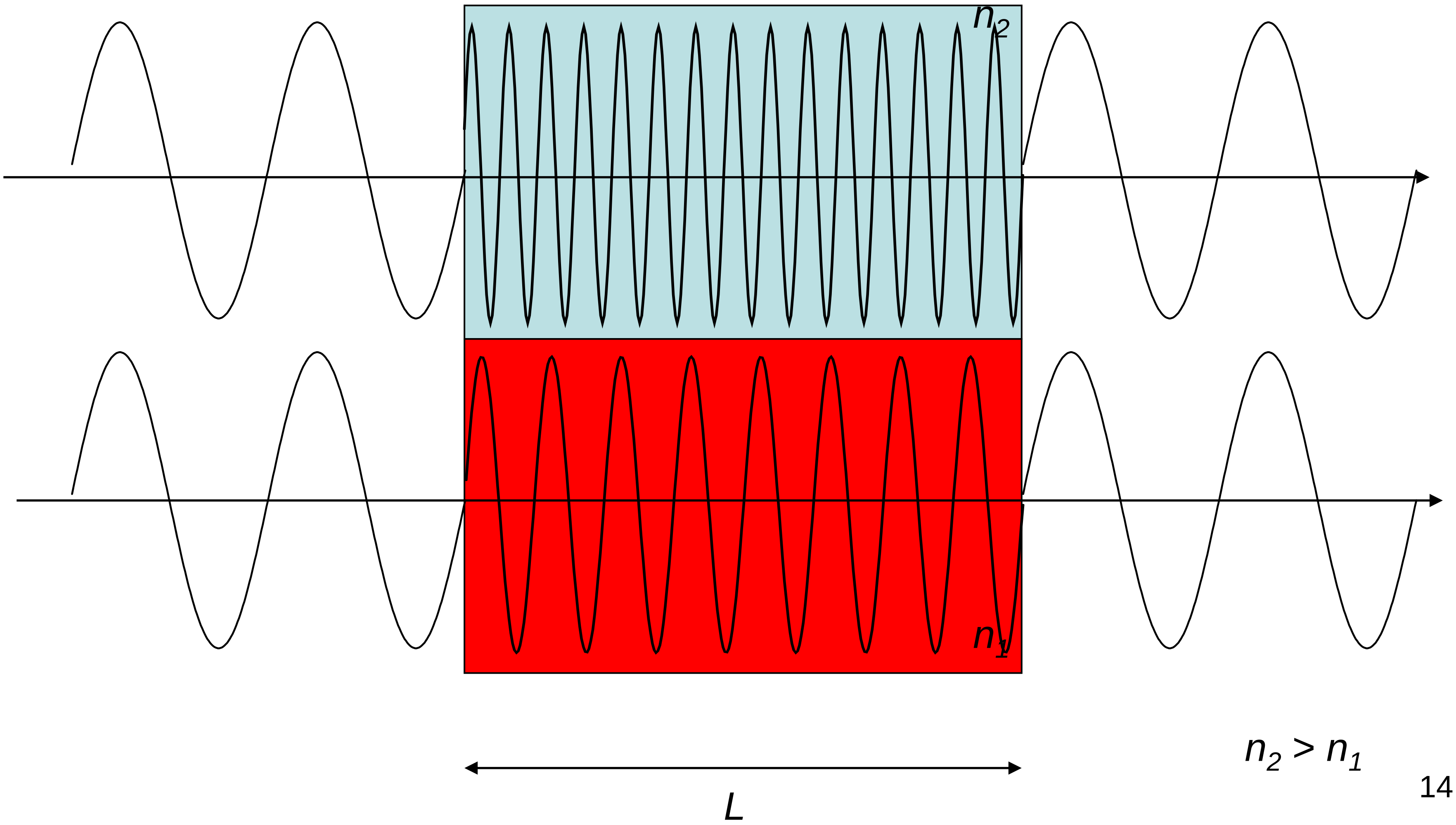


$N \rightarrow$ é o número de comprimentos de onda naquele meio que cabem em L

$$\lambda_n = \lambda \frac{v}{c} = \frac{\lambda}{n}$$

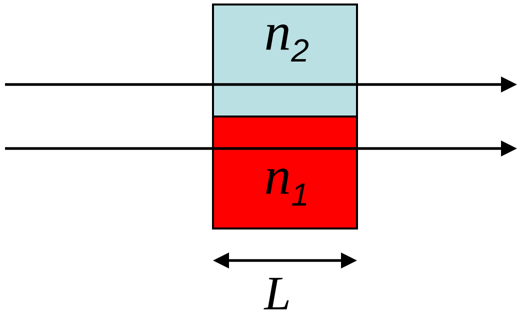
$$\left.\begin{aligned} N_1 &= \frac{L}{\lambda_{n_1}} = \frac{Ln_1}{\lambda} \\ N_2 &= \frac{L}{\lambda_{n_2}} = \frac{Ln_2}{\lambda} \end{aligned}\right\} N_2 - N_1 = \frac{L}{\lambda}(n_2 - n_1)$$

Diferença de caminho óptico



$n_2 > n_1$

Diferença de caminho óptico



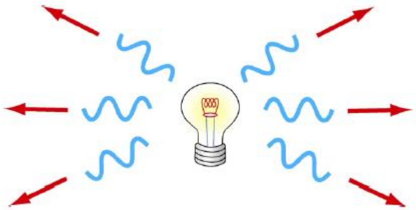
$N \rightarrow$ é o número de comprimentos de onda naquele meio que cabem em L

$$\left.\begin{aligned} N_1 &= \frac{L}{\lambda_{n_1}} = \frac{Ln_1}{\lambda} \\ N_2 &= \frac{L}{\lambda_{n_2}} = \frac{Ln_2}{\lambda} \end{aligned}\right\} N_2 - N_1 = \frac{L}{\lambda}(n_2 - n_1)$$

$N_2 - N_1 = semi - inteiro \longrightarrow$ Interferência destrutiva (π)

$N_2 - N_1 = inteiro \longrightarrow$ Interferência construtiva (2π)

Coerência



A maior parte das fontes luminosas é apenas parcialmente coerente ou então incoerente.

Fontes coerentes $\rightarrow$ a diferença de fase entre as ondas por elas produzidas não varia com o tempo.

Exemplos:

Lâmpada comum: incoerente (tempo de coerência ~10^{-8} s)

Sol: parcialmente coerente

Luz laser: coerente

(No experimento de Young que veremos a seguir, a primeira fenda é essencial para que as duas fendas seguintes atuem como fontes coerentes).

Thomas Young (1773 -1829)

• Físico e médico inglês, estudou a sensibilidade do olho humano para as cores. Ele propôs a existência de três regiões diferentes em forma de cones na retina do olho, que têm sensibilidade para as cores vermelho azul e verde: o princípio é usado na TV colorida.

• Em 1800, no trabalho *Outlines of Experiments and Enquires Respecting Sound and Light*, ele comparou os modelos de Newton e Huygens para a luz, dando suporte à interpretação ondulatória.

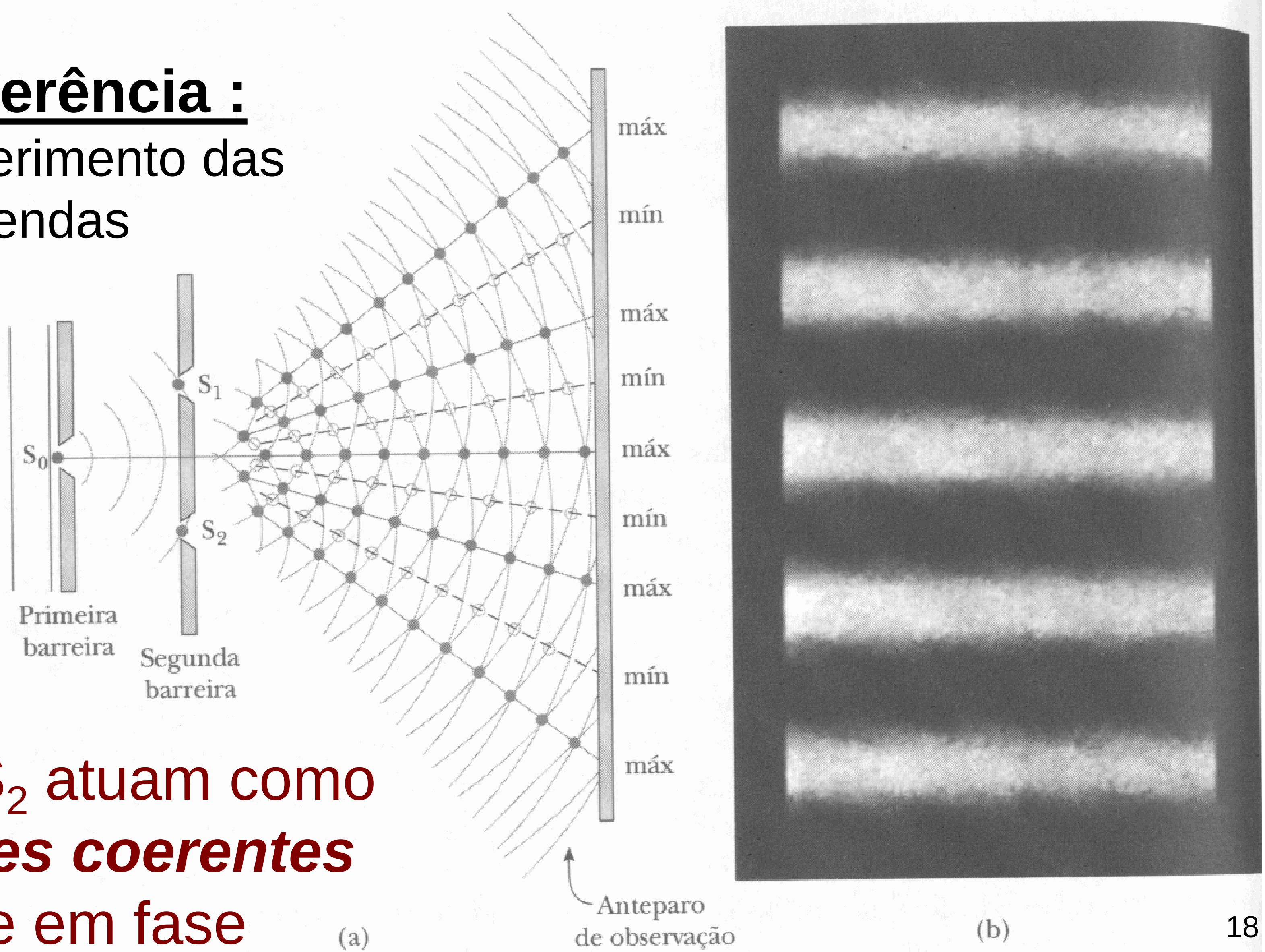
• Young ainda deu contribuições importantes na teoria da elasticidade (módulo de Young), e na egiptologia.

• Young mediu $\lambda_{méd}$= 570 nm da luz solar (hoje 555 nm).

O Experimento de Young (1801)

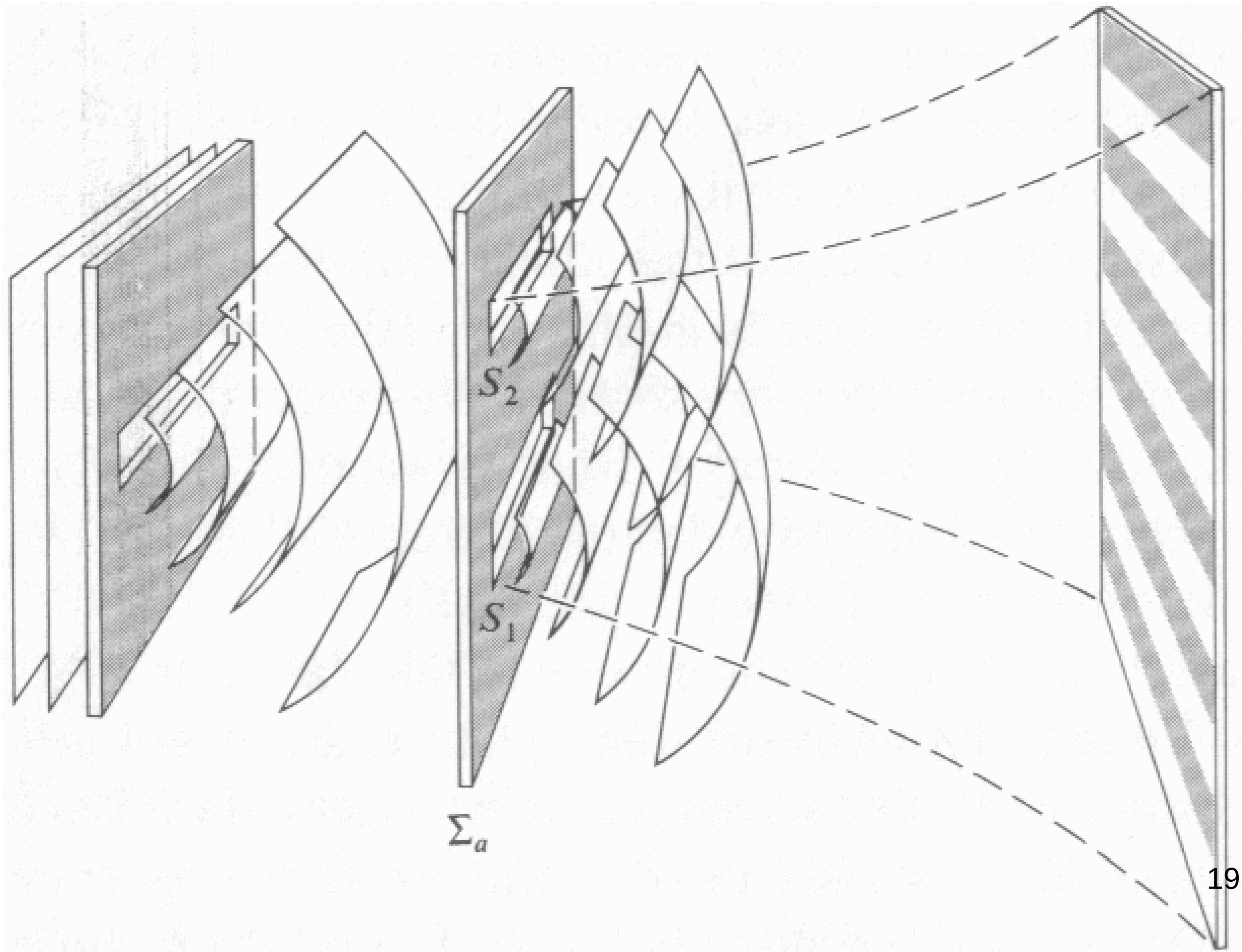
Interferência :

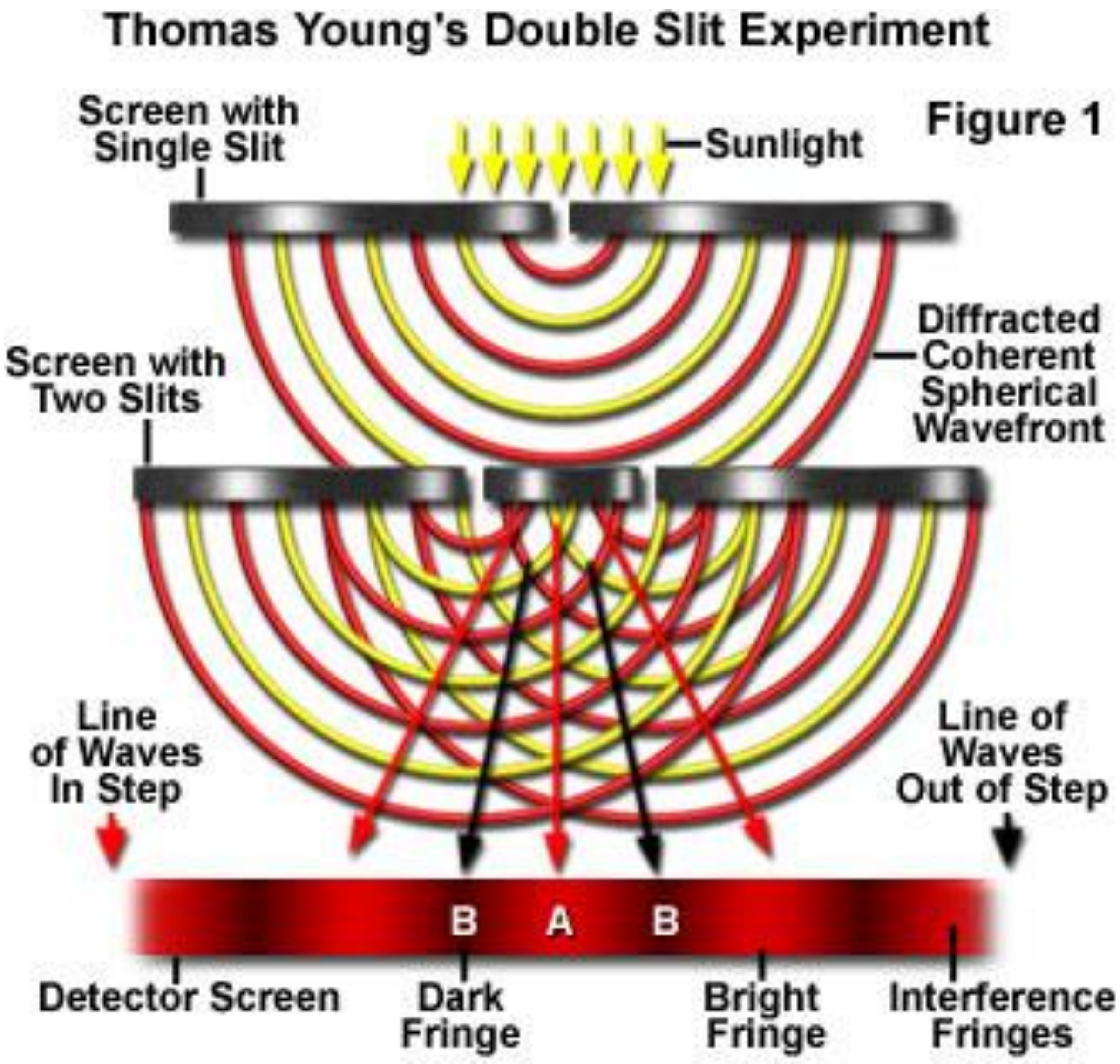
O experimento das duas fendas



S_1 e S_2 atuam como ***fontes coerentes*** e em fase

Visão tridimensional da montagem:

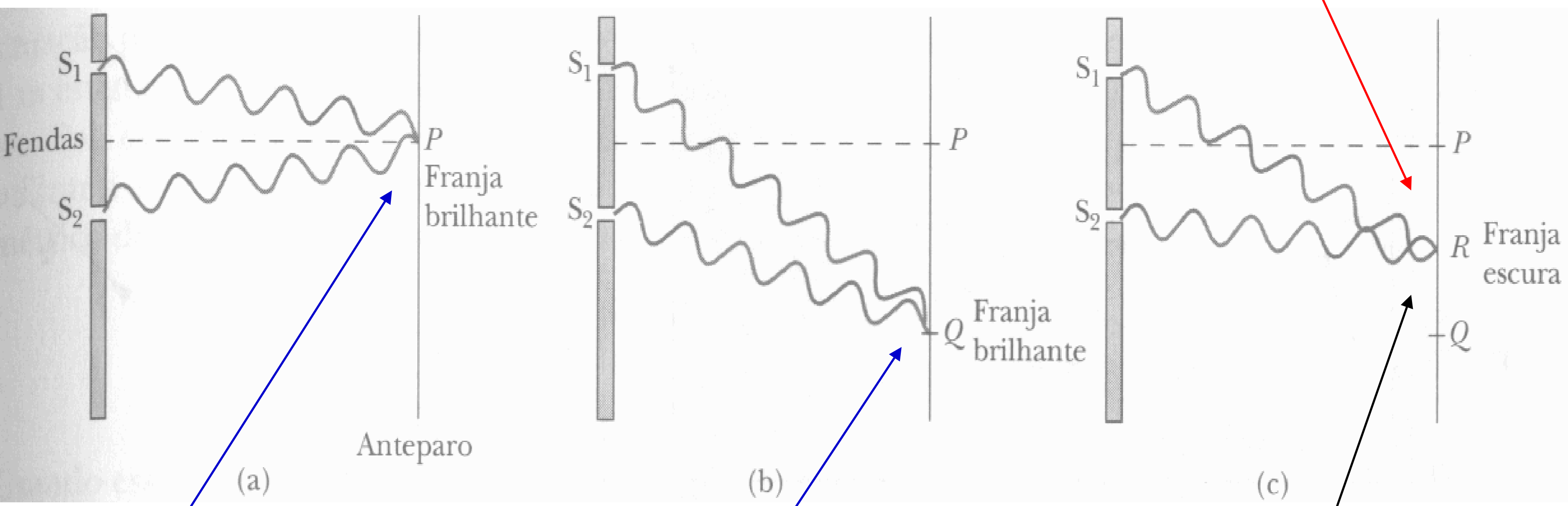




http://vsg.quasihome.com/interf.htm

Temos a formação de franjas devido à diferença de percursos ópticos das ondas provenientes de cada fenda:

Ondas fora de Fase: <u>Interferência Destrutiva</u>

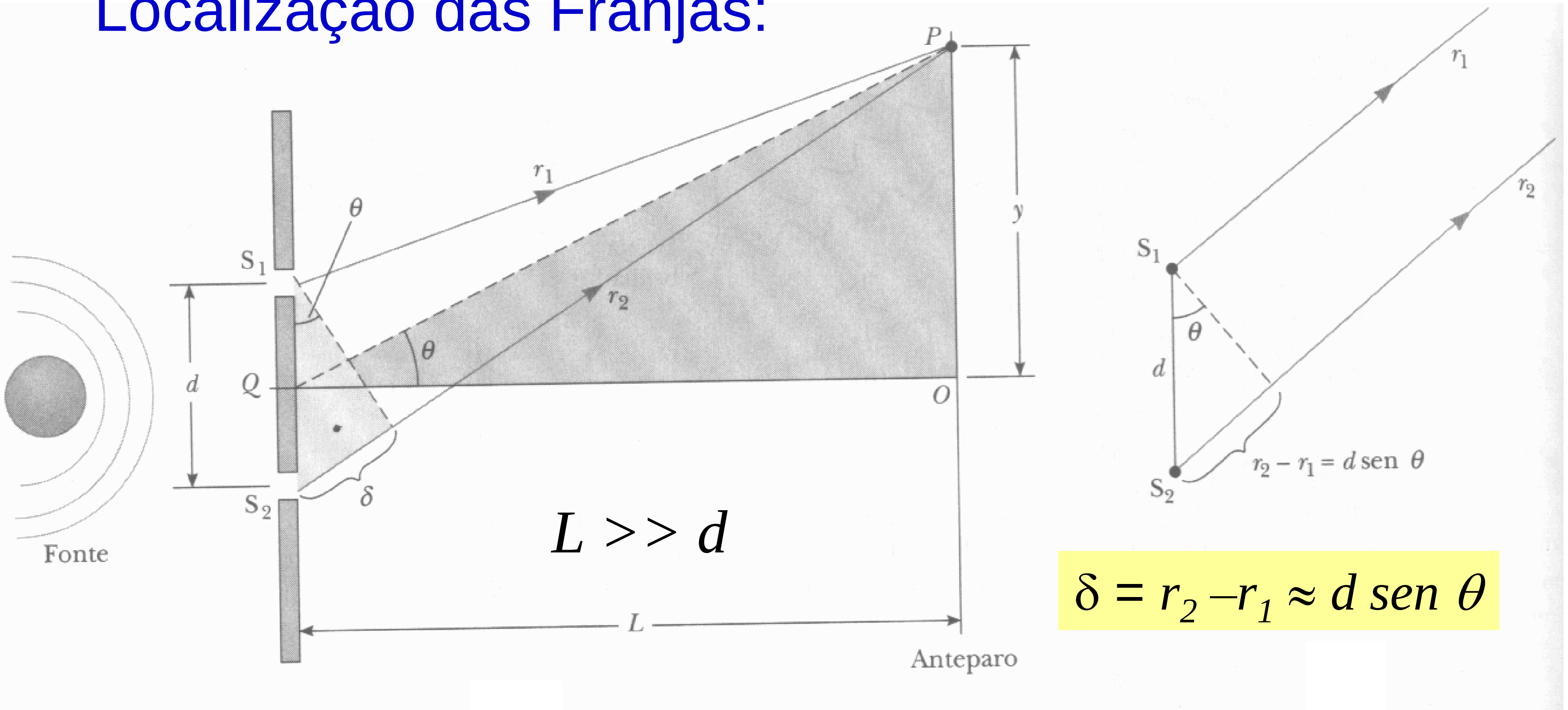


Ondas em Fase: <u>Interferência Construtiva</u>

R a meia distância entre P e Q

Figuras não estão em escala!!!

Localização das Franjas:



$$L >> d$$

$$\delta = r_2 - r_1 \approx d \text{ sen } \theta$$

<u>Franja clara:</u> $\delta = m\,\lambda$; $d \text{ sen } \theta = m\lambda$, $m = 0, \pm 1, \pm 2,..$

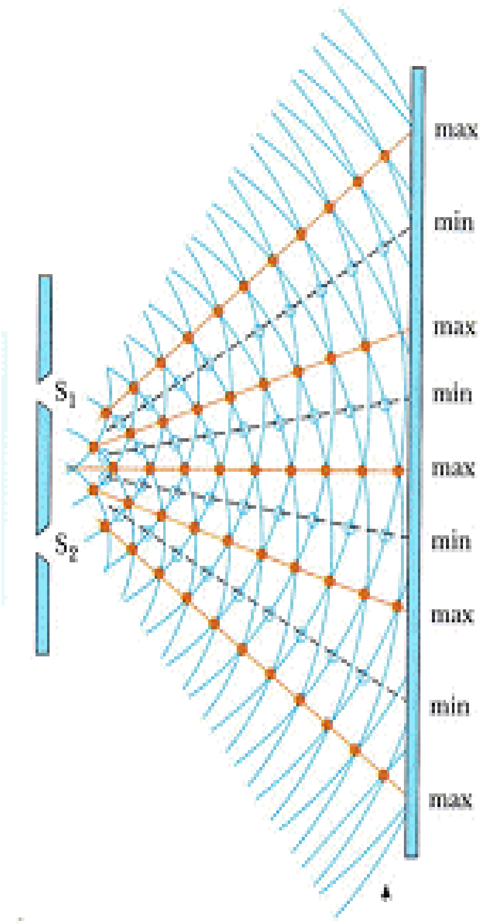
(interferência construtiva)

<u>Franja escura:</u> $\delta = (m + 1/2)\,\lambda$; $d \text{ sen } \theta = (m + 1/2)\,\lambda$

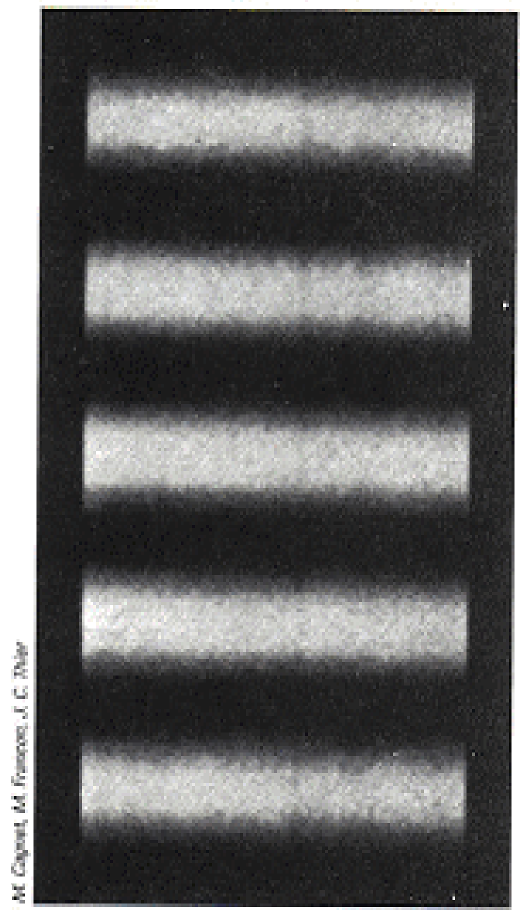
(interferência destrutiva)

Franjas

- **Claras:** $d \, sen \, \theta = m\lambda$
- **Escuras:** $d \, sen \, \theta = (m + 1/2) \, \lambda$



(a)



(b)

$m = 2$ (Máx. Lateral de 2ª ordem)

$m = 1$ (Mín. Lateral de 2ª ordem)

$m = 1$ (Máx. Lateral de 1ª ordem)

$m = 0$ (Mín. Lateral de 1ª ordem)

$m = 0$ (Máximo central)

$m = 0$ (Mín. Lateral de 1ª ordem)

$m = 1$ (Máx. Lateral de 1ª ordem)

$m = 1$ (Mín. Lateral de 2ª ordem)

$m = 2$ (Máx. Lateral de 2ª ordem)

Cuidado: $tan\theta \sim sen\theta$ vale para ângulos pequenos (<5°); a aproximação $\theta \sim sen\theta$ vale somente para θ expresso em radianos!!!!

Posições no Anteparo

Para ângulos pequenos temos: $\theta \approx \tan\theta \approx \mathrm{sen}\,\theta$

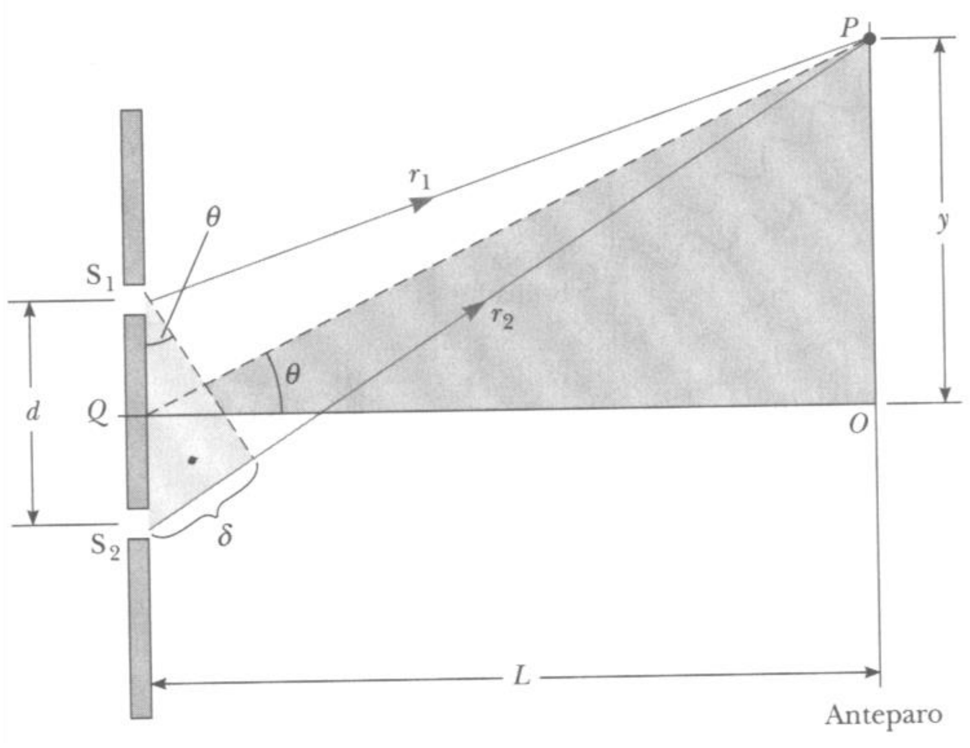
Para os máximos mais centrais:

$$d\ \mathrm{sen}\,\theta = m\lambda$$

$$d\ \tan\theta \approx m\lambda$$

$$d\ \frac{y_m}{L} \approx m\lambda$$

$$\boxed{y_m \approx m\frac{\lambda L}{d}}$$



Analogamente, para os mínimos mais centrais:

$$\boxed{y_m \approx \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda L}{d}}$$

Posições no Anteparo

$$y_m \approx m\frac{\lambda L}{d} \qquad\qquad y_{m+1} \approx (m+1)\frac{\lambda L}{d}$$

O espaçamento entre as franjas será :

$$\boxed{\Delta y = y_{m+1} - y_m \approx \frac{\lambda L}{d}}$$

Se d e θ são pequenos, a distância entre as franjas independe de m !

Um exemplo: Uma luz de um laser ilumina um anteparo com duas fendas. A distância entre as fendas é de 0,03 mm e as franjas de interferência são observadas em um anteparo a 1,2 m. A franja brilhante de 2ª ordem está a 5,1 cm da linha central.

A) Qual é o comprimento de onda do laser?

B) Qual é a distância entre as franjas brilhantes adjacentes?

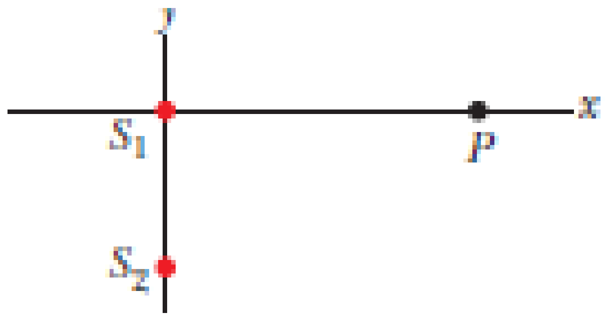
A) $\tan\theta = 5{,}1 \times 10^{-2}/1{,}2 = 0{,}0425$

$\text{sen}\,\theta = 2\lambda/0{,}03 \Rightarrow \lambda = 637{,}5$ nm

B) $5{,}1/2 = 2{,}55 \approx 2{,}6$ cm

Outro exemplo:

Na figura , duas fontes pontuais isotrópicas S_1 e S_2 estão sobre o eixo y, separadas por uma distância de 2,7μm, e emitem em fase com um comprimento de onda de 900 nm. Um detector de luz é colocado no ponto P, situado sobre o eixo x, a uma distância x_P da origem. Qual é o maior valor de x_P para o qual a luz detectada é mínima devido a uma interferência destrutiva?



$$\sqrt{d^2 + x^2} - x = (m + 1/2)\lambda$$

$$x = \frac{d^2}{(2m+1)\lambda} - \frac{(2m+1)\lambda}{4}$$

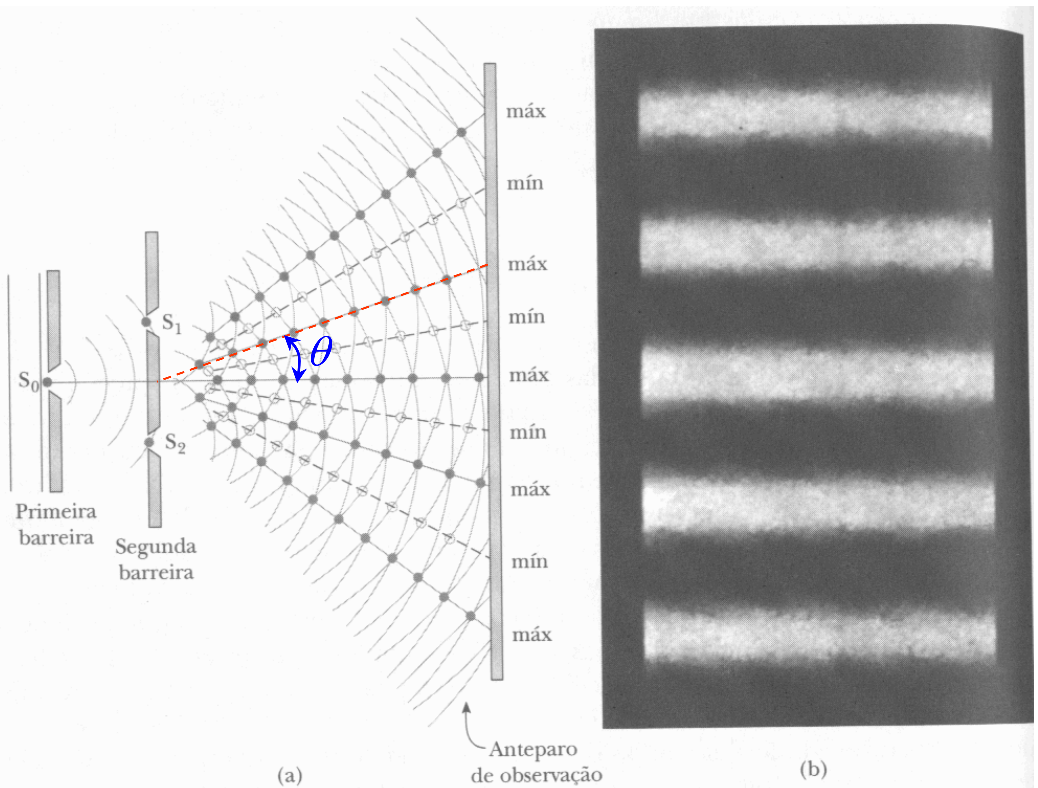
$$para\, o\, maior\ valor\ de\ x,\ faz - se\ m = 0$$

$$x_0 = \frac{d^2}{\lambda} - \frac{\lambda}{4} = 8{,}75\lambda = 7{,}88\mu m$$

Para se convencer disso, substitua m=1,2,etc..

Intensidade das Franjas de Interferência

A interferência entre S_1 e S_2, de intensidades I_0 na tela, leva a energia luminosa a ser **redistribuída** no anteparo segundo a equação:



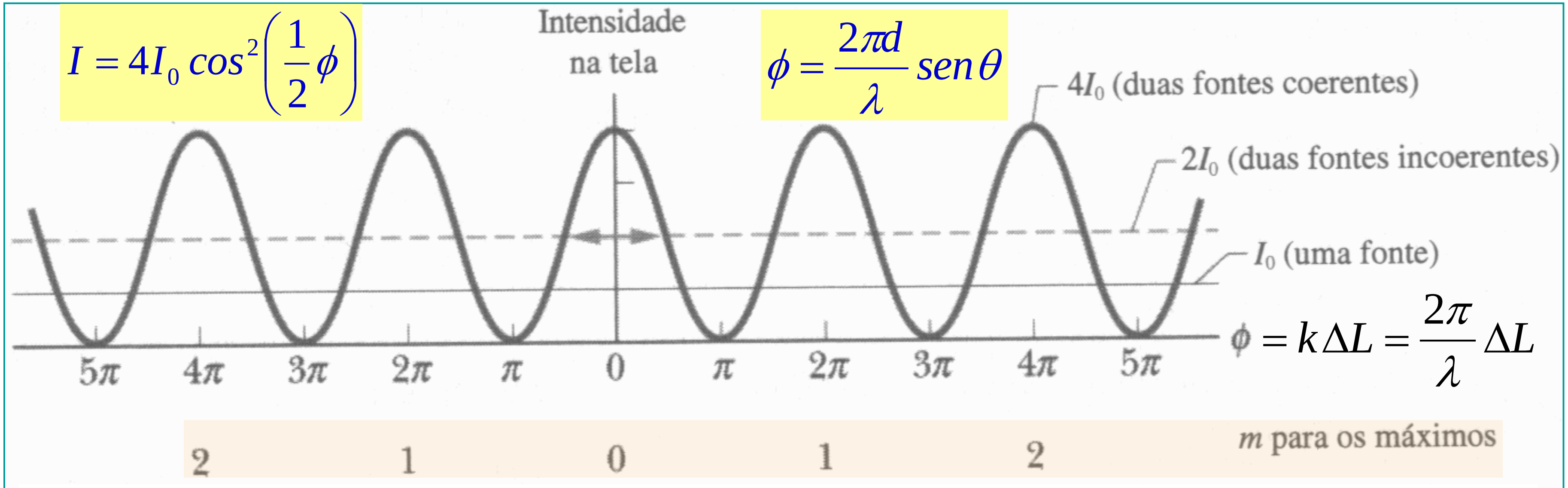
$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{1}{2}\phi\right)$$

onde:

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} sen\,\theta$$

- Os máximos de intensidade ocorrem em: ($m = 0, 1, 2, ..$)

$$\frac{1}{2}\phi = m\pi \Rightarrow \frac{\pi d}{\lambda} sen\theta = m\pi \Rightarrow d\ sen\theta = m\lambda$$

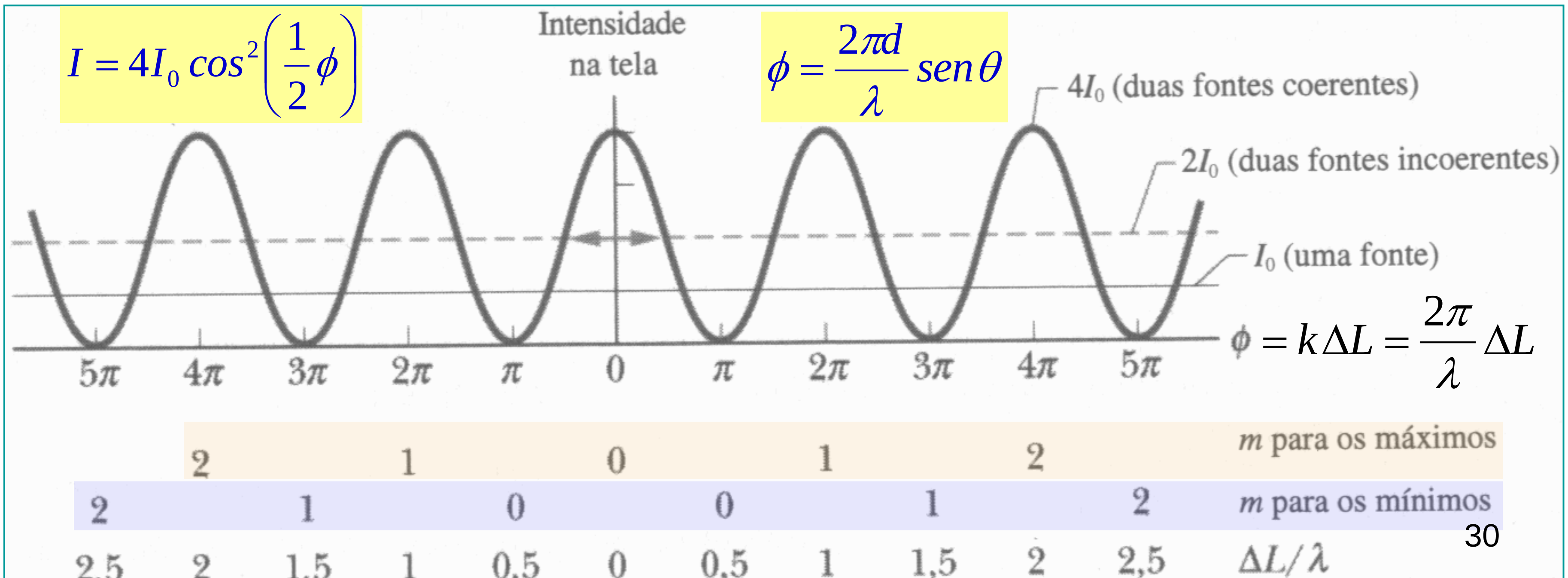


- Os máximos de intensidade ocorrem em: (m = 0, 1, 2,..)

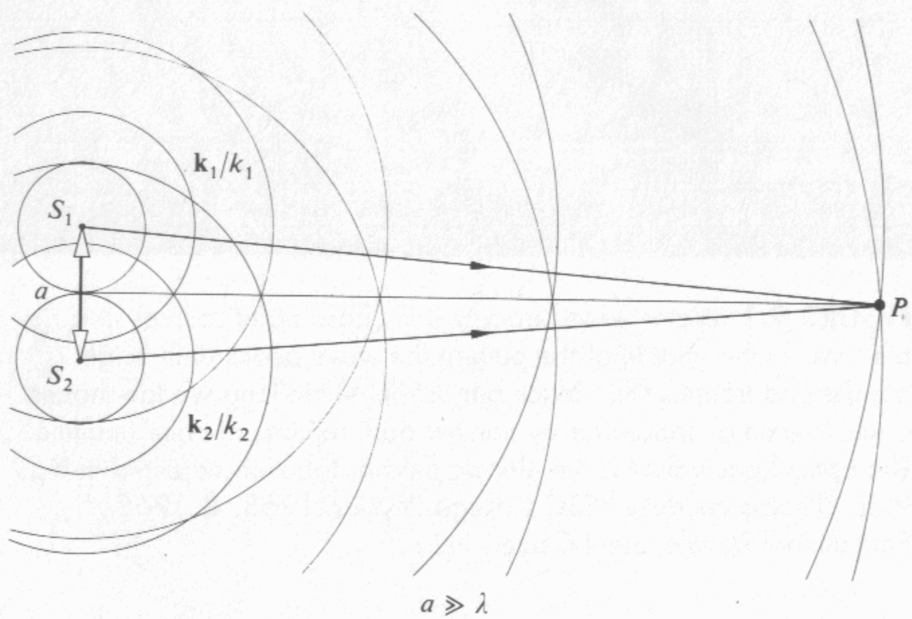
$$\frac{1}{2}\phi = m\pi \quad \Rightarrow \quad \frac{\pi d}{\lambda} sen\theta = m\pi \quad \Rightarrow \quad d\ sen\theta = m\lambda$$

- Os mínimos em:

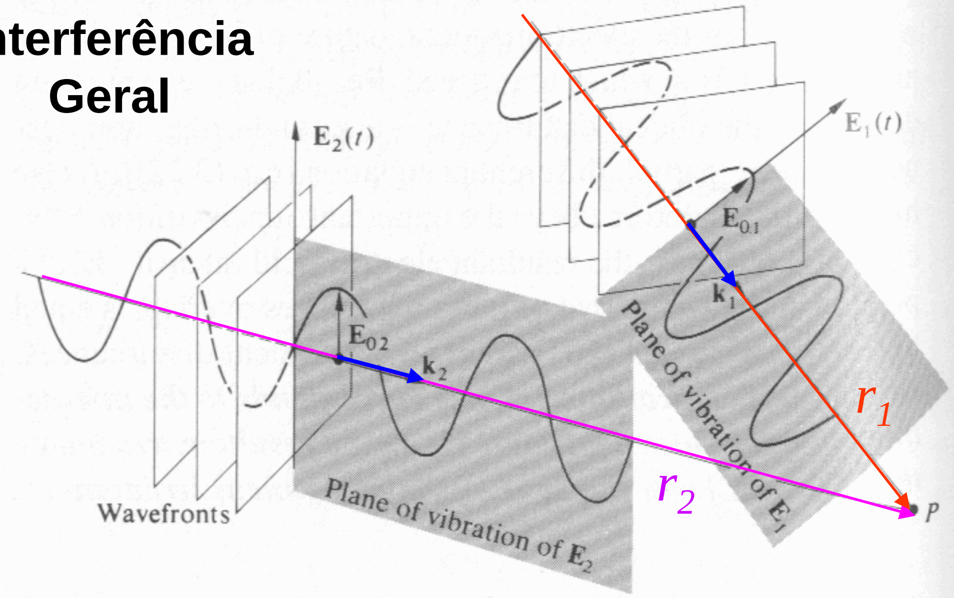
$$\frac{1}{2}\phi = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi \quad \Rightarrow \quad d\ sen\theta = \left(m + \tfrac{1}{2}\right)\lambda$$

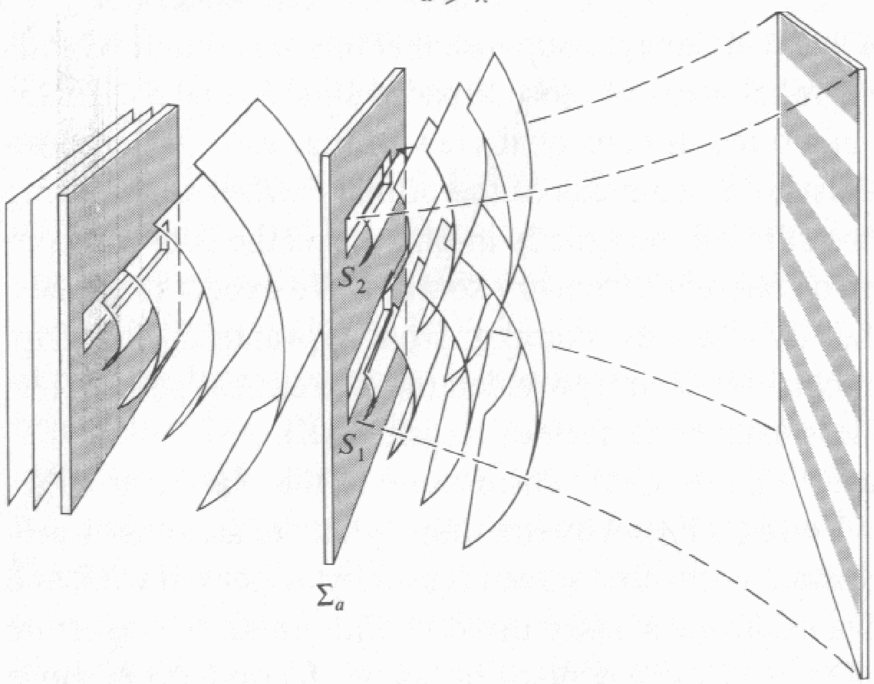


Demonstração da Equação para a Intensidade das Franjas:



Interferência Geral



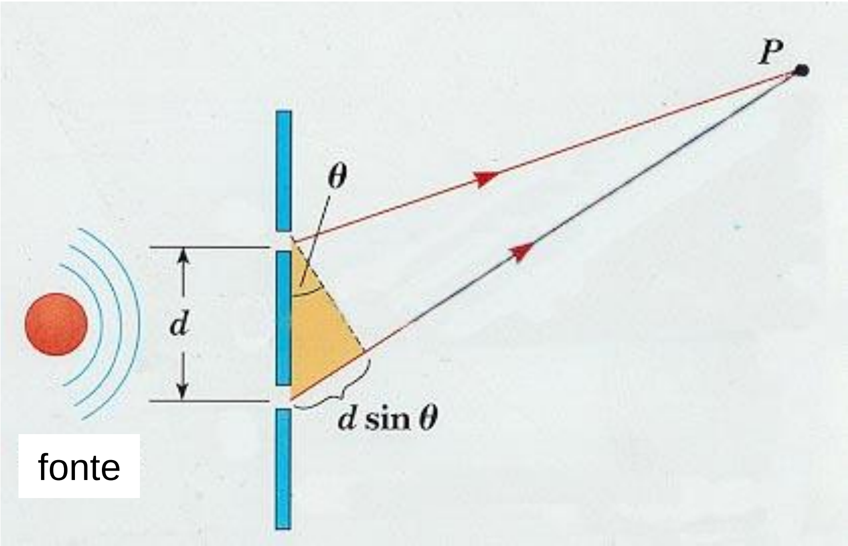


No caso do experimento de Young temos:

$$\boxed{E_{01} = E_{02}}$$

Assim, os campos elétricos só diferem na fase.

Intensidade das franjas de interferência



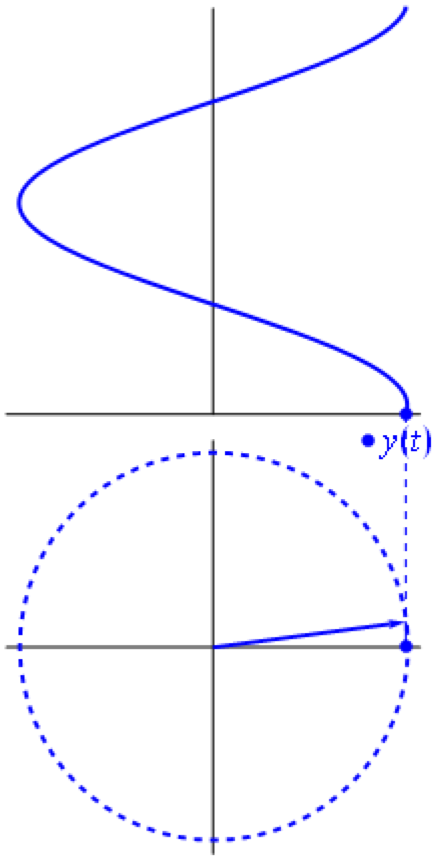
No ponto P:

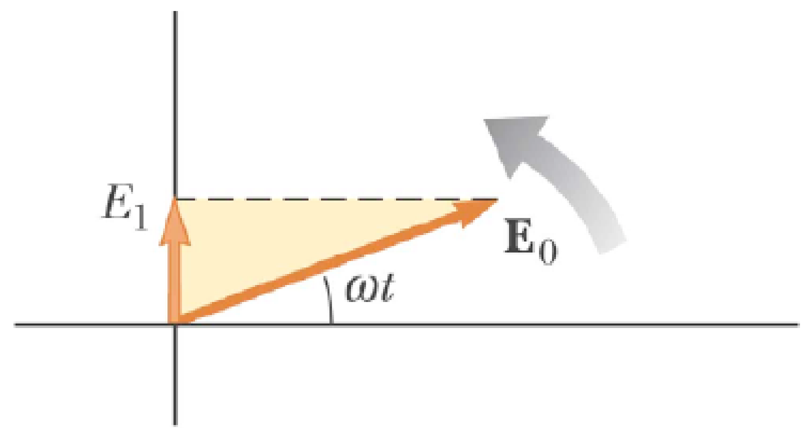
$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 sen\omega t$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_0 sen(\omega t + \phi)$$

Se a diferença de fase ϕ for constante no tempo (ondas coerentes), a interferência dependerá apenas da diferença de caminho $d\ sen\theta$.

Campo elétrico, representação senoidal e fasores

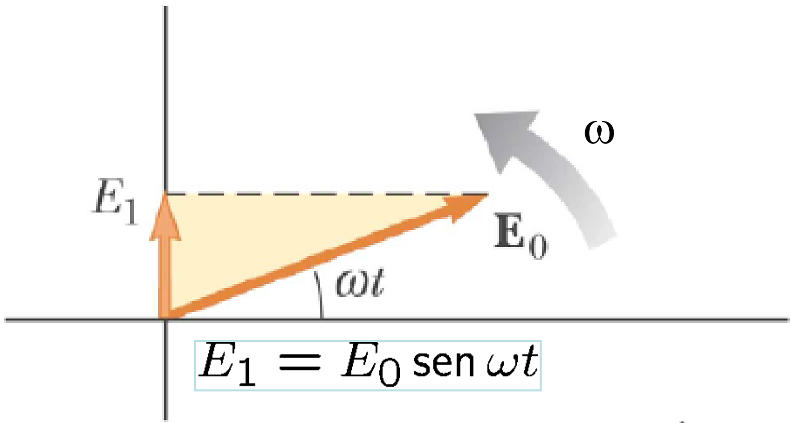




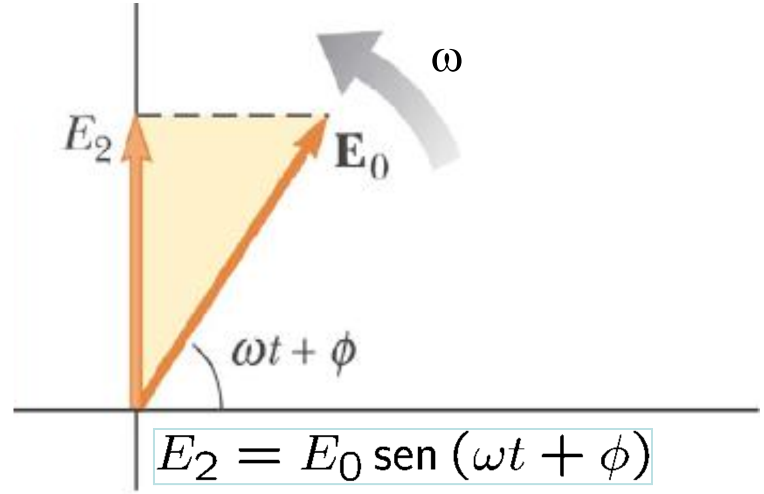
$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 sen\omega t$$

http://en.wikipedia.org/wiki/File:Unfasor.gif

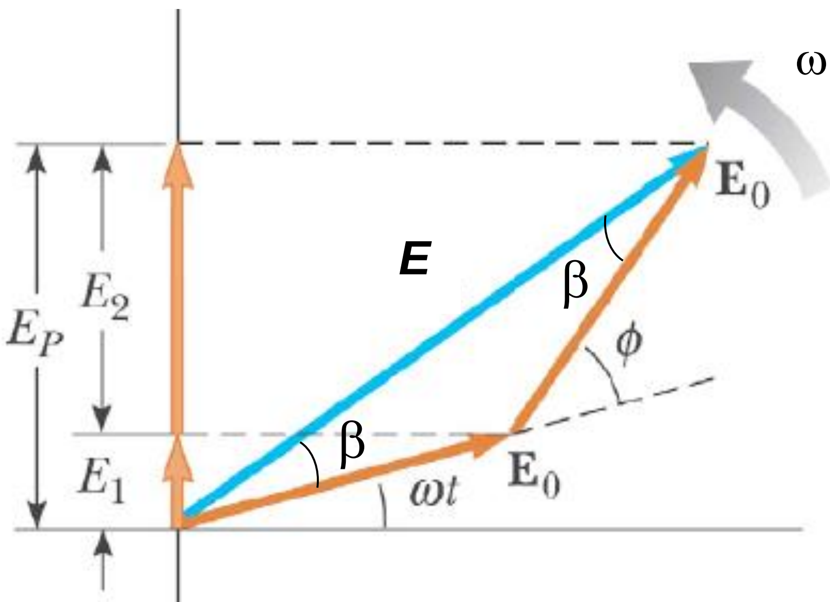
Combinando campos: fasores



+

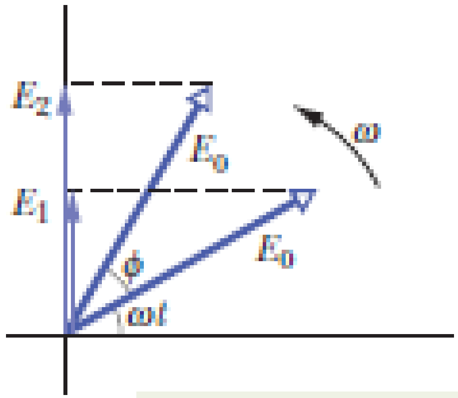


=

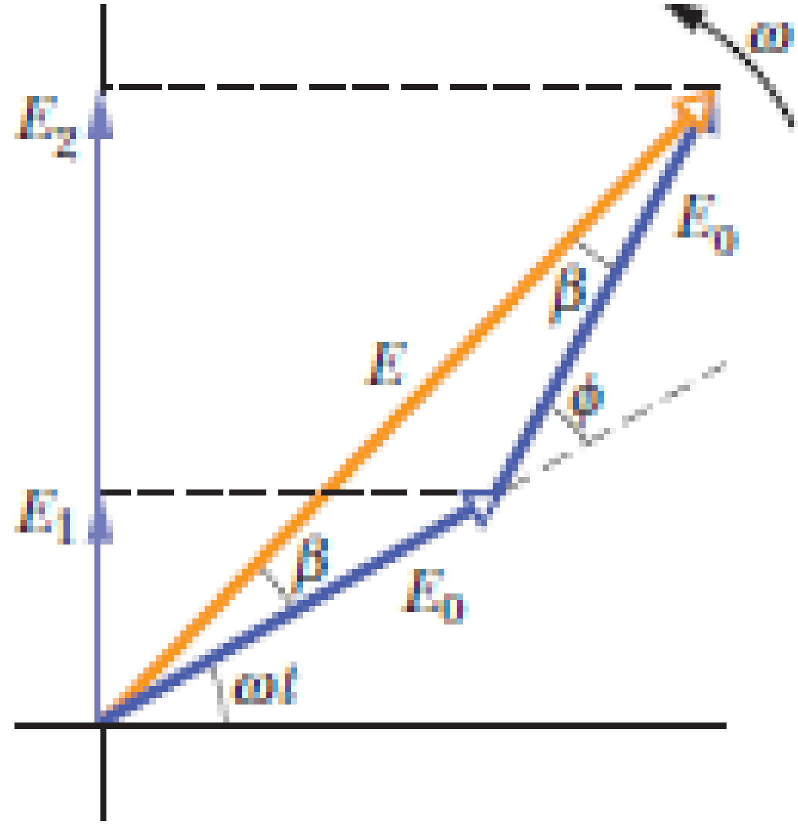


$2\beta = \phi$ (ang. ext.)

FASORES



(a) Fasores que representam ondas podem ser somados para obter a onda resultante.



$$\vec{E}_1(\vec{r},t) = \vec{E}_{01}\cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r}_1 - \omega t\right)$$

$$\vec{E}_2(\vec{r},t) = \vec{E}_{02}\cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r}_2 - \omega t\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{E} = 2\left(\boldsymbol{E}_0 \cos\beta\right) = 2\boldsymbol{E}_0 \cos\tfrac{1}{2}\phi}$$

$$\phi = \vec{\boldsymbol{k}}.\left(\vec{\boldsymbol{r}}_1 - \vec{\boldsymbol{r}}_2\right) = \vec{\boldsymbol{k}}.\vec{\delta}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{I = 4I_0 \cos^2\tfrac{1}{2}\phi}$$

$$E = 2(E_0 \cos\beta) = 2E_0 \cos\frac{1}{2}\phi$$

$$\Rightarrow \quad E^2 = 4E_0^2 \cos^2\frac{1}{2}\phi$$

Como:

$$I \propto E^2 \quad \Rightarrow \frac{I}{I_0} = \frac{E^2}{E_0^2}$$

Intensidade da onda de apenas uma das fendas

Logo:

$$\Rightarrow \boxed{I = 4I_0 \cos^2\frac{1}{2}\phi}$$

Onde:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \operatorname{sen}\theta$$

diferença de fase

diferença de caminho ou distância percorrida

Máximos em:

$$\frac{1}{2}\phi = m\pi \quad , \quad m = 0, 1, 2...$$

Então:

$$\cancel{2}m\cancel{\pi} = \frac{\cancel{2}\cancel{\pi}d}{\lambda}\,\text{sen}\,\theta \quad , \quad m = 0, 1, 2...$$

Ou:

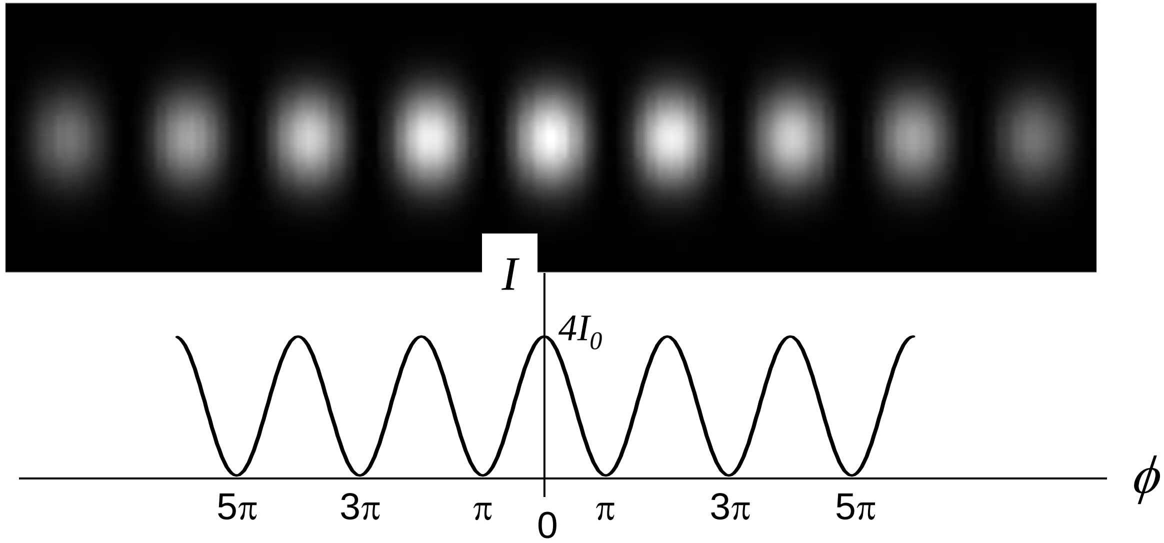
$$\boxed{d\,\text{sen}\,\theta = m\lambda \quad , \quad m = 0, 1, 2...}$$

Mínimos em:

$$\frac{1}{2}\phi = (m + \frac{1}{2})\pi \quad , \quad m = 0, 1, 2...$$

Ou:

$$\boxed{d\,\text{sen}\,\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad , \quad m = 0, 1, 2...}$$



	2		1		0		1		2		*m* máx.
2		1		0		0		1		2	*m* mín.
2,5	2	1,5	1	0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	$\Delta L/\lambda$

Se fontes incoerentes $\phi \longrightarrow \phi(t)$ *(fase não é constante no tempo)* $\Rightarrow$ $I = 2\,I_0$ (toda tela)

Interferência $\rightarrow$ não cria nem destrói energia luminosa, apenas a redistribui!

$\Rightarrow$ Coerentes ou não $\rightarrow$ $I_{med} = 2\,I_0$

Interferência em Filmes Finos

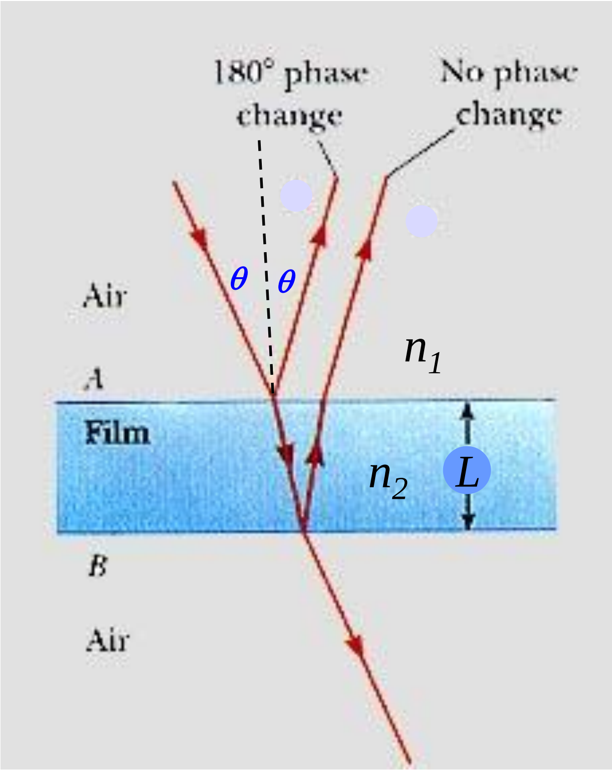
• Luz incidente em um filme fino apresenta efeitos de interferência associados à diferença de caminho óptico dentro do filme.

Considere: θ<<1° (incidência vertical)

Fatos:

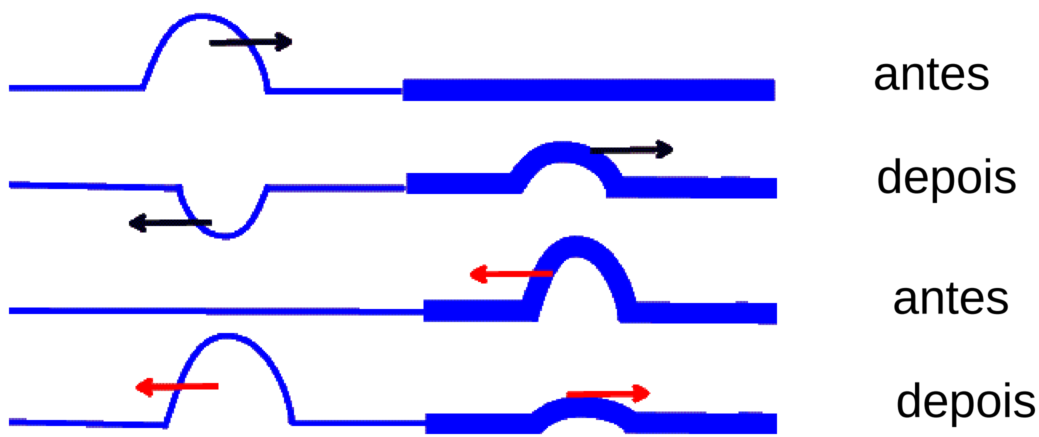
i) Incidência de 1 para 2, onde $n_2 > n_1$: o raio refletido sofre uma mudança de fase de 180^0 (π), e o raio refratado está em fase com o incidente;

ii) Incidência de 2 para 1, onde $n_2 > n_1$; o raio refletido não sofre mudança de fase e o raio refratado está em fase com o incidente.



Mudanças de fase causadas por reflexão: analogia com o caso das ondas em cordas

Na refração a fase não muda.
Na reflexão a fase pode mudar ou não!



No caso da luz:

Reflexão	mudança de fase
Meio com *n* menor	0
Meio com *n* maior	π

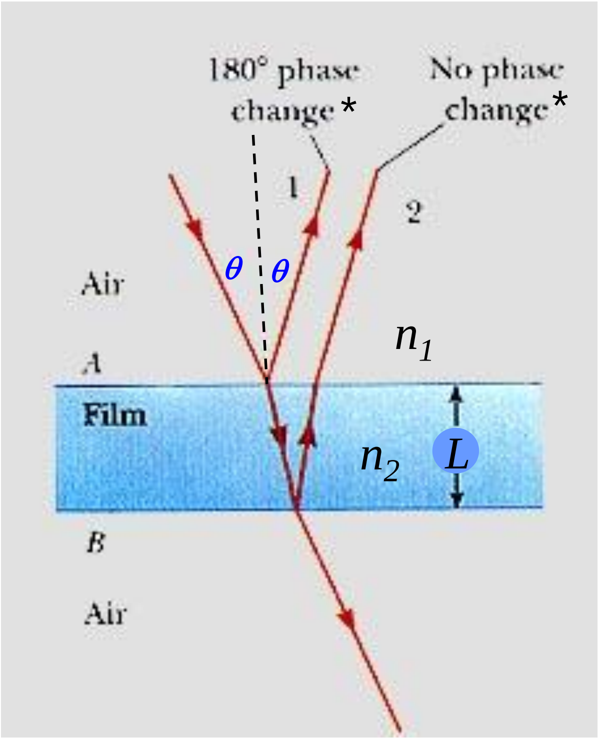
Temos os seguintes casos (similares*): $\boxed{n_2 > n_1}$ ou $\boxed{n_2 < n_1}$

Interferência construtiva:

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_2 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{n_2};$$

$$\lambda_2 n_2 = \lambda_1 n_1 = \lambda \text{ (ar ~ vácuo)}$$

$$\boxed{2n_2 L = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda} \qquad m = 0, 1, 2, \ldots.$$

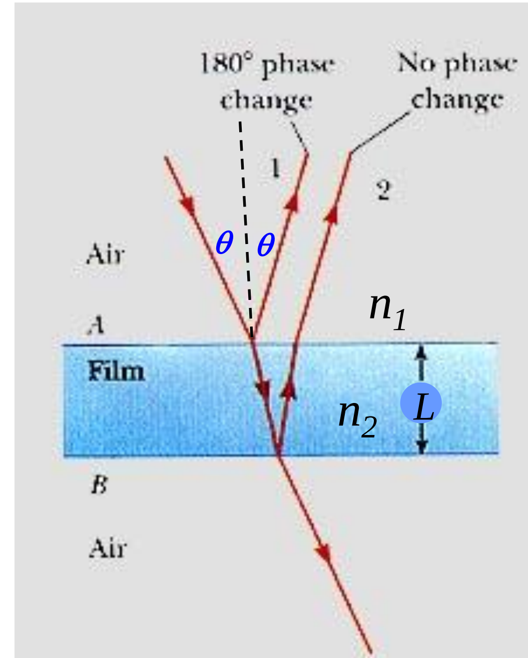


Interferência destrutiva: $$2L = m\lambda_2 = m\frac{\lambda}{n_2}$$

$$\boxed{2n_2 L = m\lambda} \qquad m = 0, 1, 2, \ldots.$$

Se $n_1 \neq 1$ (não ar) e $n_{21} \equiv \dfrac{n_2}{n_1}$

$$\lambda_2 n_2 = \lambda_1 n_1 = \lambda \text{ (ar)}$$



Interferência construtiva

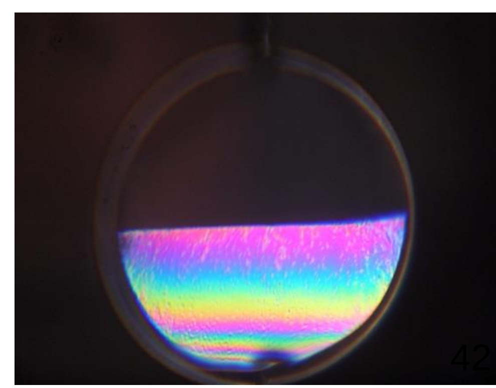
$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_1 \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow 2n_{21}L = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_1 \; ;$$

Interferência destrutiva

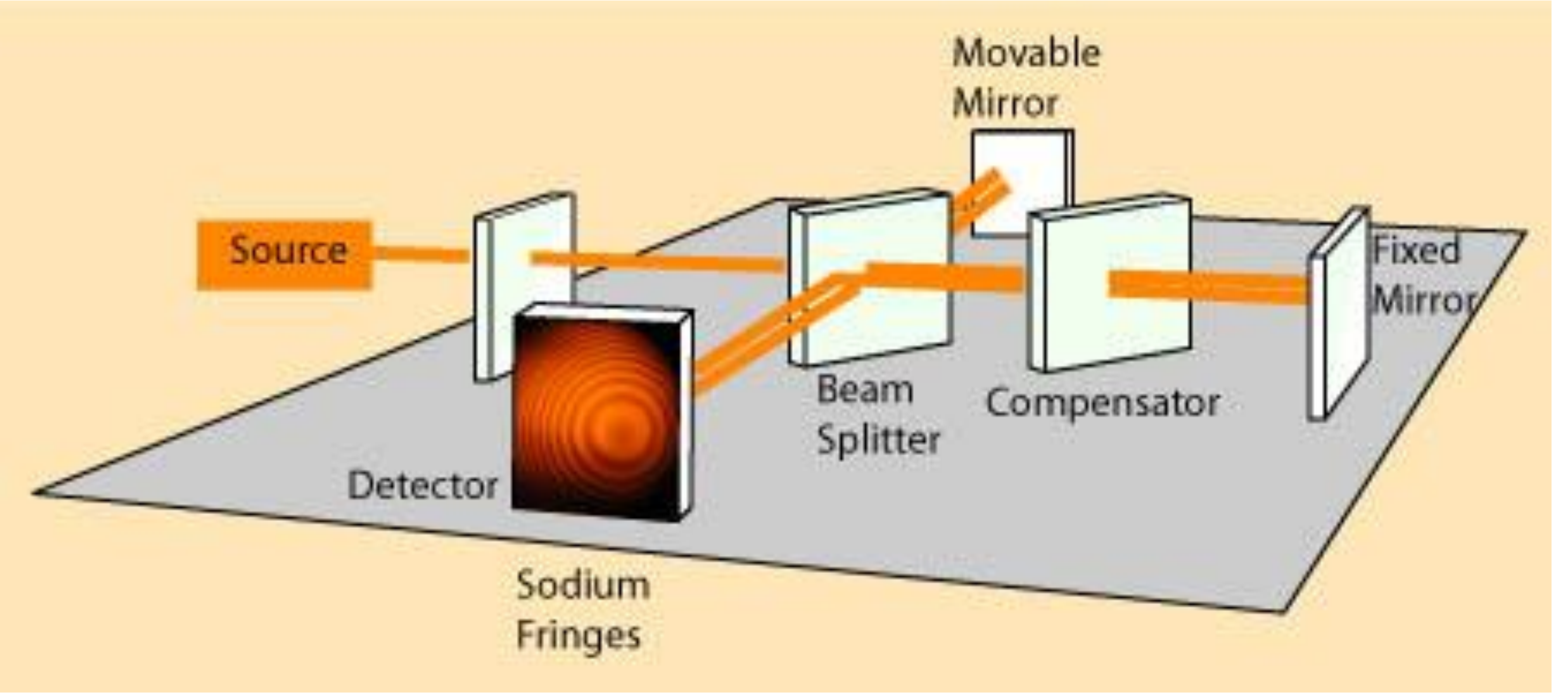
$$2L = m\lambda_2 = m\,\lambda_1 \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow 2n_{21}L = m\lambda_1 \; ;$$

- Se $\lambda >> L$ devemos considerar apenas a defasagem devida à reflexão. Teremos:

$$\left.\begin{matrix} n_2 > n_1 \\ n_2 < n_1 \end{matrix}\right\}$$ Interferência destrutiva



Interferômetro de Michelson

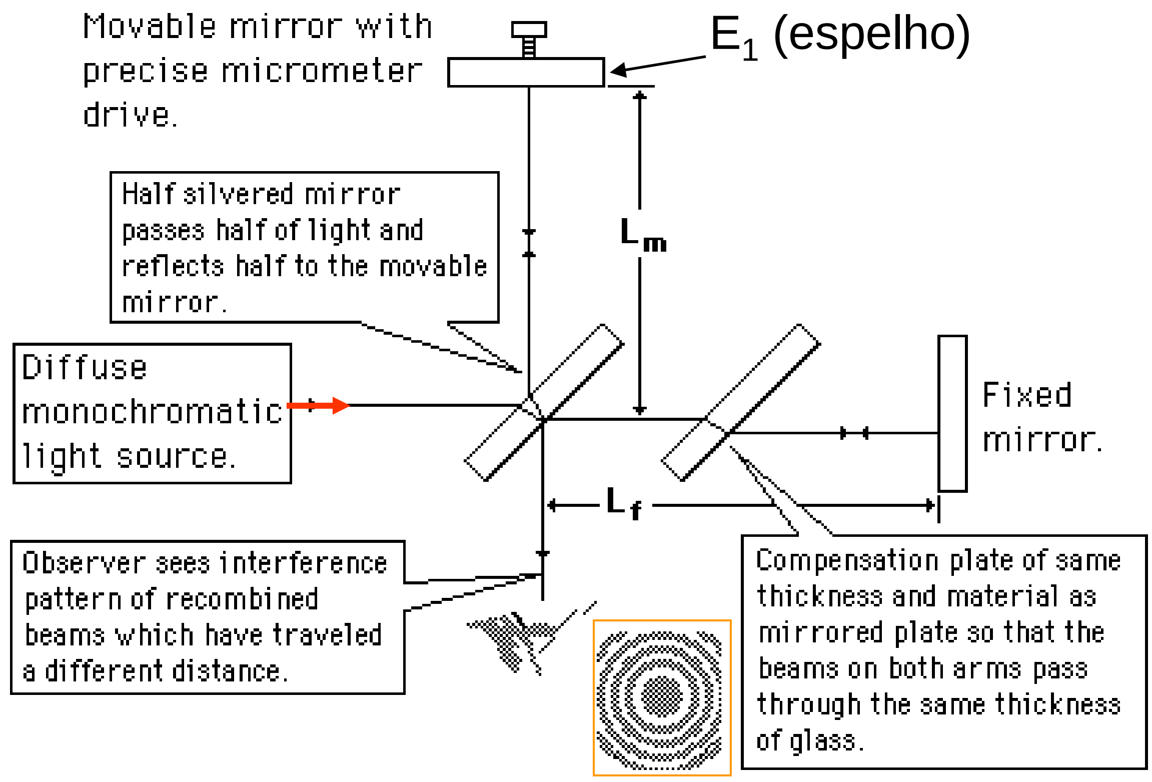


Interferômetro de Michelson

Interferômetro de Michelson

Diferença de caminho óptico:

$$2L_m - 2L_f$$



- Se a diferença de caminho for alterada, teremos modificação nas posições das franjas de interferência.
- Se E_1 mudar sua posição de $\lambda/2$, todos os máximos se deslocarão para as posições dos máximos adjacentes ($2\times \lambda/2$: uma franja).

Interferômetro de Michelson

Introdução (em um dos braços) de material de espessura ***L*** e índice de refração ***n*** :

⟹ Número de comprimentos de onda no material

$$N_b = \frac{2Ln}{\lambda}$$

Número de comprimentos de onda em L antes da introdução

$$N_a = \frac{2L}{\lambda}$$

⟹ $$N_b - N_a = \frac{2L}{\lambda}(n-1)$$

Cada máximo se desloca de $N_b - N_a$ franjas de interferência

Interferômetro de Michelson

- Michelson mostrou que o metro padrão era equivalente a 1.553.163,5 comprimentos de onda de uma luz monocromática emitida por uma fonte luminosa de Cádmio. Por esta medida ele ganhou o Prêmio Nobel de Física de 1907.

- Um aparato como este foi usado para testar a existência do “éter”, o meio onde a luz supostamente se propagaria. O resultado foi negativo, não sendo observado nenhum efeito de deslocamento nas franjas de interferência para diferentes posicionamentos dos braços do interferômetro. Esse fato levou à conclusão de que o “éter” não existia.

Resumo da aula:

- Princípio de Huygens
- Comprimento de onda e índice de refração
- Coerência
- Experimento de Young da dupla fenda
- Intensidade de franjas de interferência
- Interferência em filmes finos
- Interferômetro de Michelson