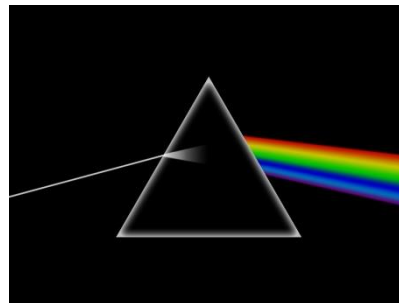
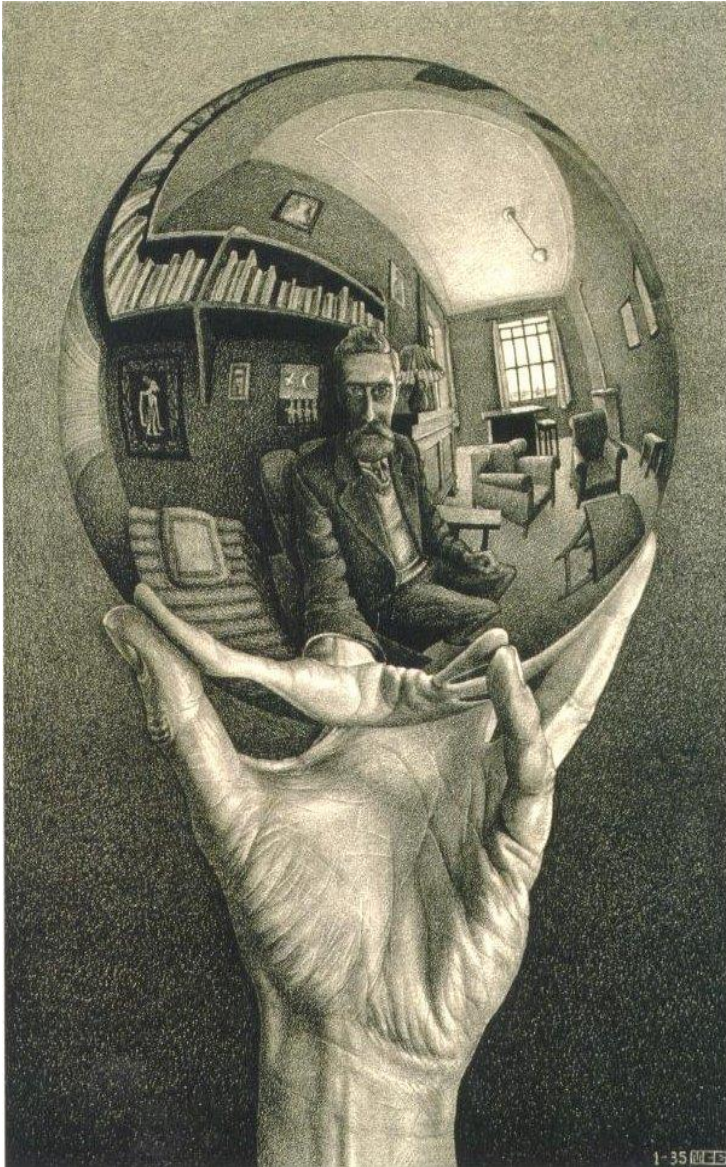


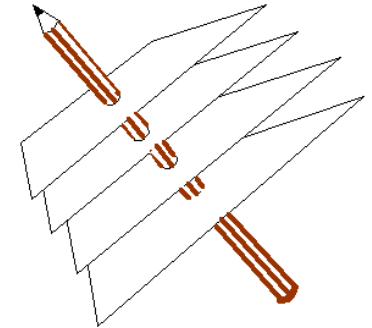
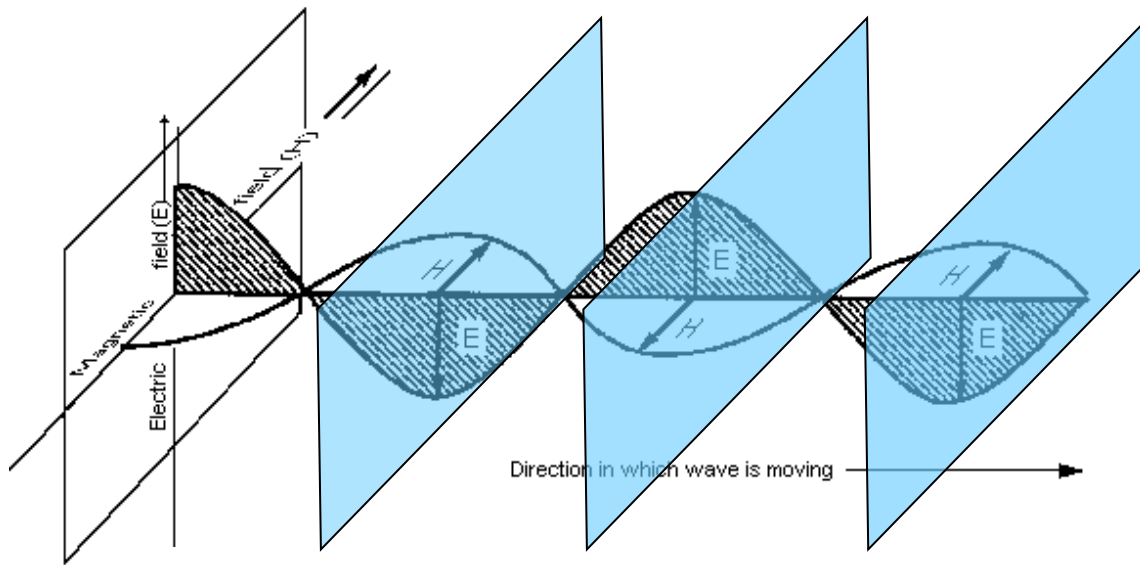
Aula 2

Óptica geométrica (reflexão e refração)

F-428: Física Geral IV



Ondas eletromagnéticas planas no vácuo



O vetor de propagação $\mathbf{k}$ definirá a direção e sentido do raio associado na óptica geométrica.

$$E(\mathbf{r}, t) = E_0 \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$$

A **frente de onda** é o lugar geométrico dos pontos onde

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t = \text{constante}$$

Frente de onda plana: $kx - \omega t = \text{constante}$ para $\mathbf{k} = k \hat{x}$

Ondas eletromagnéticas em meios materiais

No vácuo $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$

Em meios materiais $v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}}$

$$c > v$$

Permissividade de um meio linear:

$$\epsilon = \epsilon_0(1 + \chi_e), \quad \mathbf{P} = \chi_e \epsilon_0 \mathbf{E} \quad (\text{polarização})$$

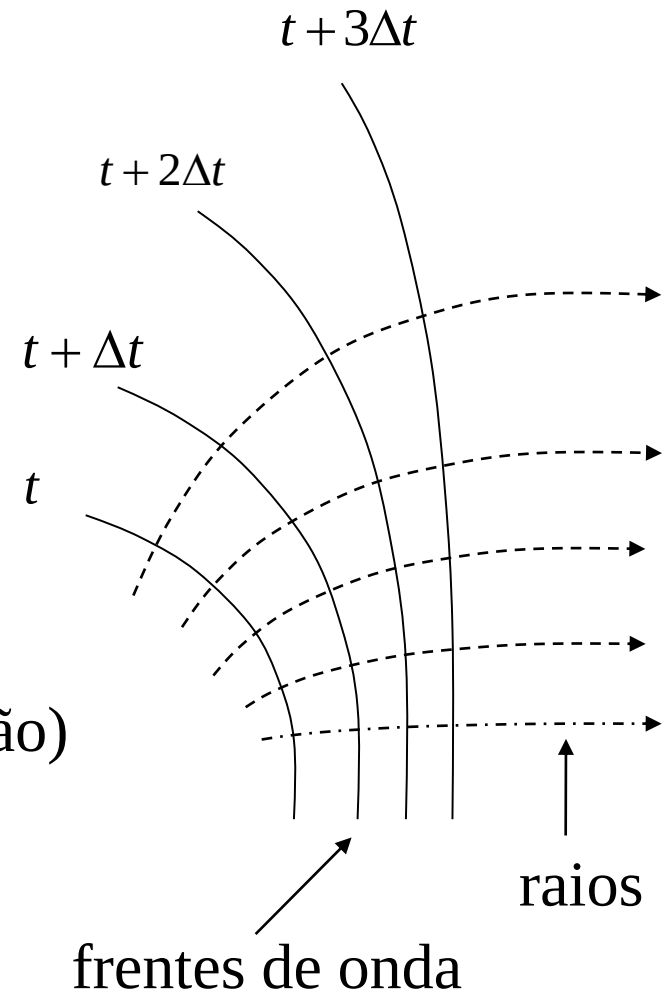
Permeabilidade de um meio linear:

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m), \quad \mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} \quad (\text{magnetização})$$

Em geral $v(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\mu(\mathbf{r}) \epsilon(\mathbf{r})}}$

Índice de refração:

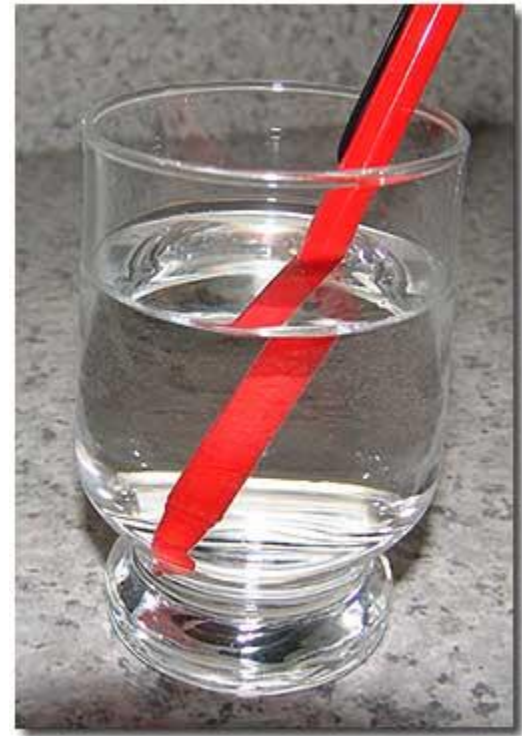
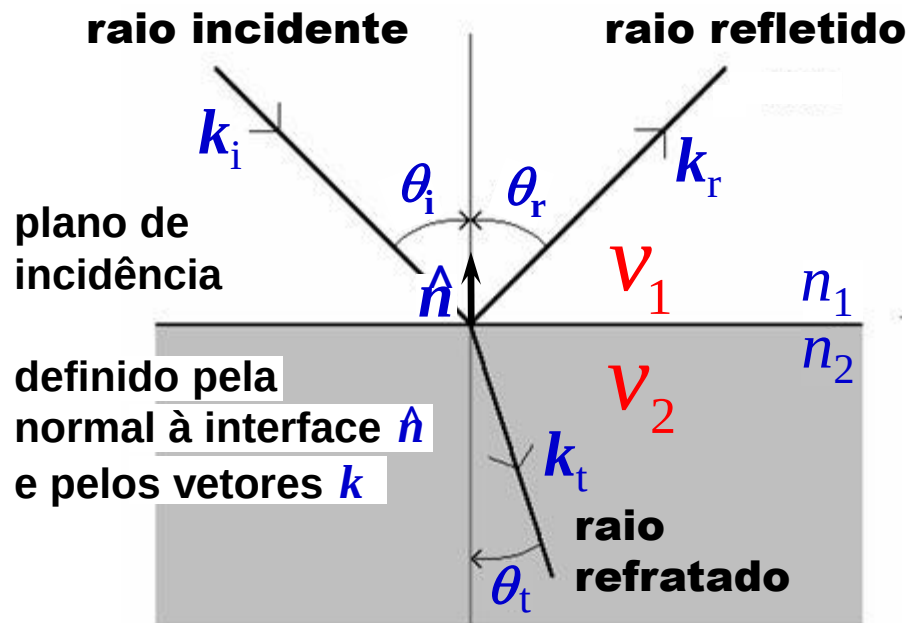
$$n \equiv \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\mu \epsilon}{\mu_0 \epsilon_0}} > 1 \quad (\text{em geral, depende de } \lambda)$$



Óptica geométrica

Reflexão e refração

Óptica geométrica: propagação retilínea da luz em meios isotrópicos, homogêneos e lineares pode ser descrita em termos de raios ou feixes. Distâncias d envolvidas $\gg \lambda$.



Índice de refração

$$n \equiv \frac{c}{v} > 1$$

(não vale quando há dispersão anômala)

Lei da reflexão

Grécia antiga

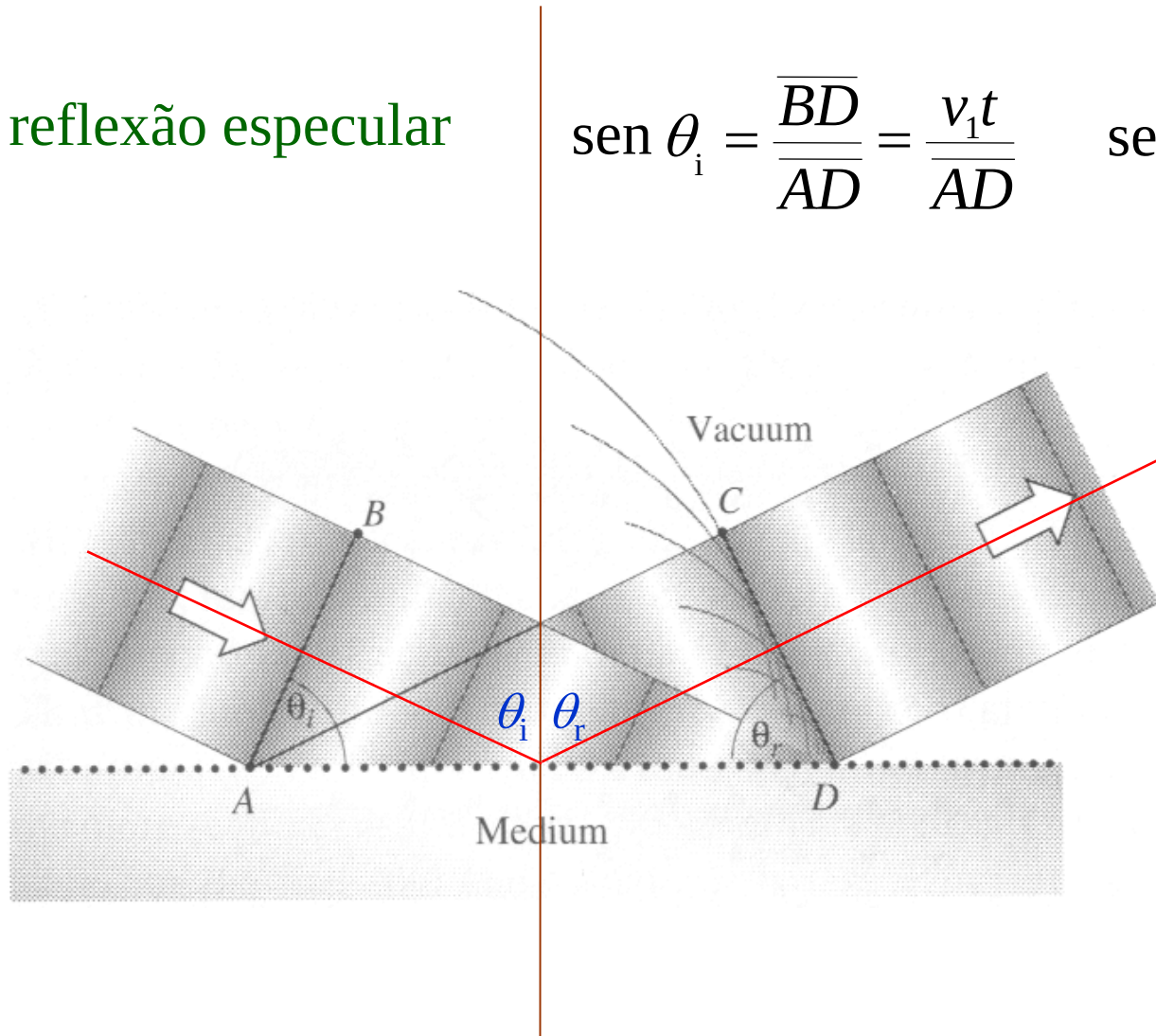
reflexão especular

$$\text{sen } \theta_i = \frac{\overline{BD}}{\overline{AD}} = \frac{v_1 t}{AD}$$

$$\text{sen } \theta_r = \frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} = \frac{v_1 t}{\overline{AD}}$$

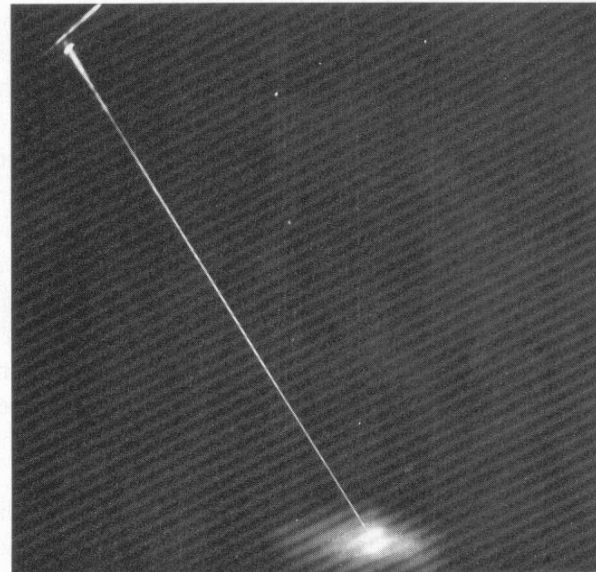
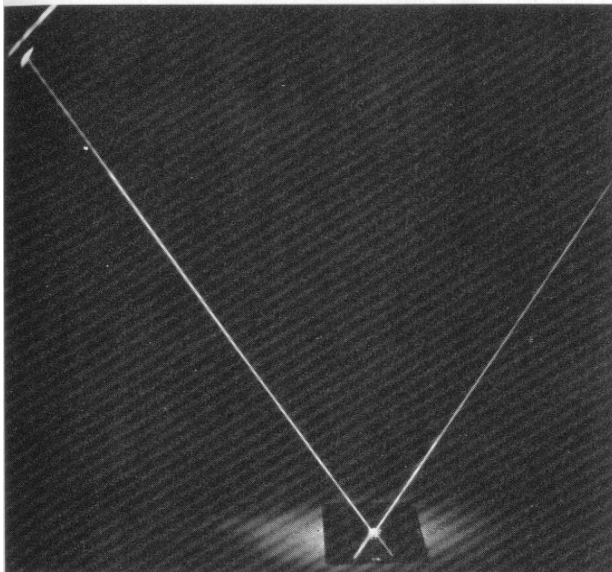
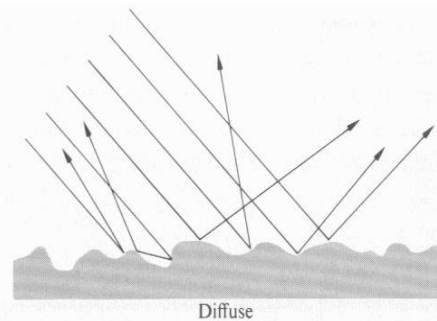
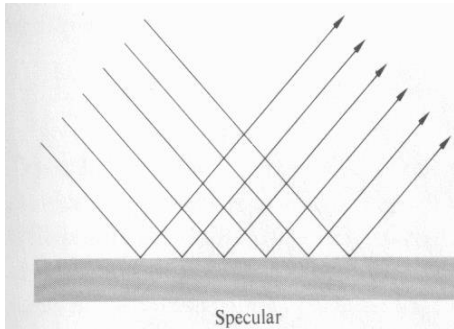


$$\theta_i = \theta_r$$



Tipos de reflexão

especular x difusa



reflexão especular IR
5 μm em lago de
hidrocarbonetos
(metano, etano e
propano) em Titan
(satélite de Saturno)
[http://en.wikipedia.org
/wiki/Lakes_of_Titan](http://en.wikipedia.org/wiki/Lakes_of_Titan)

Lei da refração

Sahl 984, Snell 1621 (não publicado),

Descartes 1637 ($c = \infty$),

Fermat 1661 (princípio de Fermat: percurso de tempo mínimo)

$$\sin \theta_i = \frac{\overline{BD}}{\overline{AD}} = \frac{v_i t}{\overline{AD}}$$

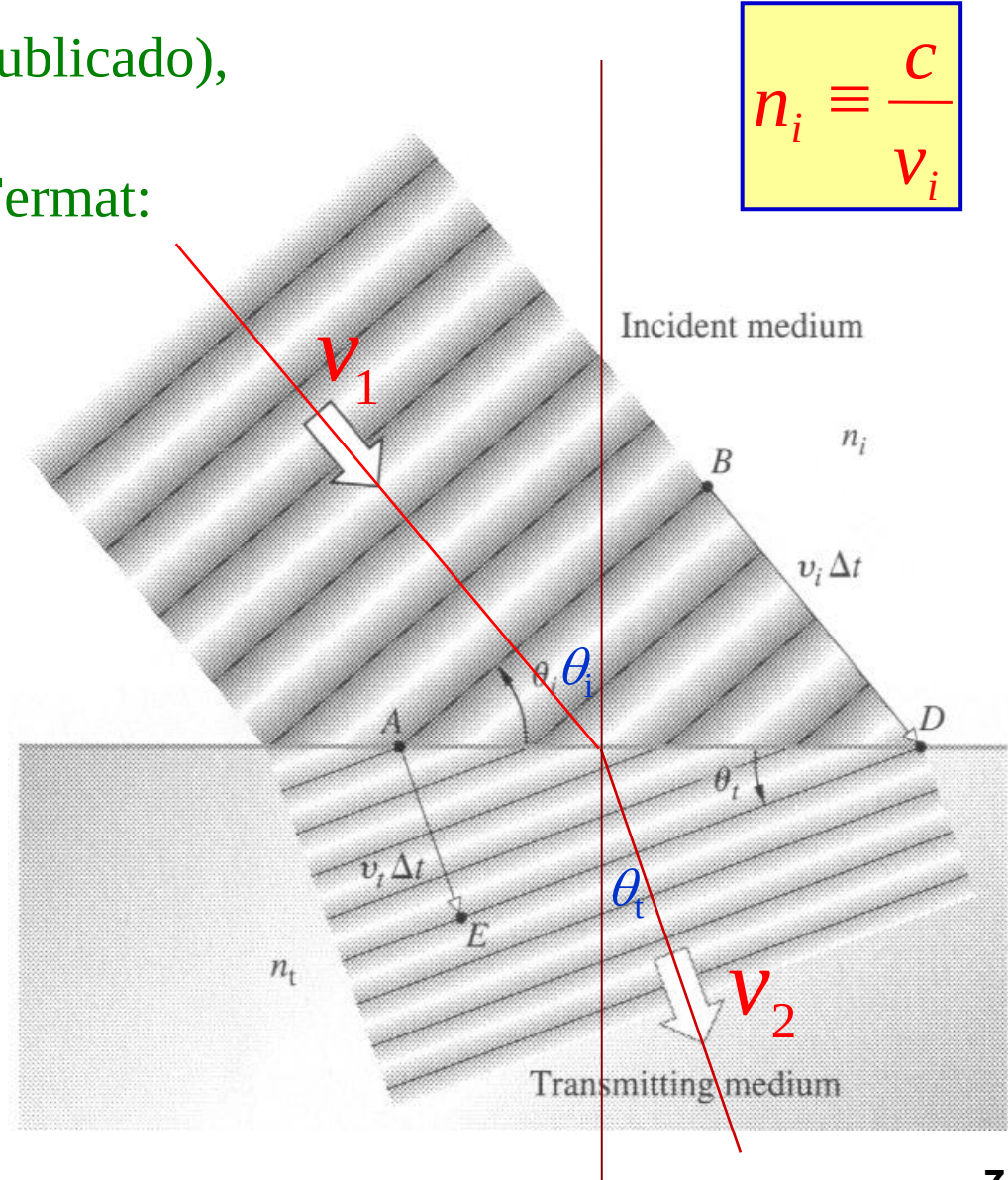
$$\sin \theta_t = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} = \frac{v_t t}{\overline{AD}}$$



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

onde

$$\theta_1 = \theta_i$$
$$\theta_2 = \theta_t$$



Leis da reflexão e da refração

Derivação através de tratamento ondulatório

raio ou feixe incidente: $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_i^0 \sin(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega t)$

raio ou feixe refletido: $\mathbf{E}_r(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_r^0 \sin(\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} - \omega t)$

raio ou feixe refratado / transmitido: $\mathbf{E}_t(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_t^0 \sin(\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} - \omega t)$

Na interface de separação $z = 0$: $\mathbf{r} = \mathbf{r}_\perp + \mathbf{r}_\parallel$, $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_r(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_t(\mathbf{r}, t)$
como deve valer $\forall(\mathbf{r} \text{ com } z = 0, t) \Rightarrow \mathbf{E}_i^0 + \mathbf{E}_r^0 = \mathbf{E}_t^0$, $\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r}$

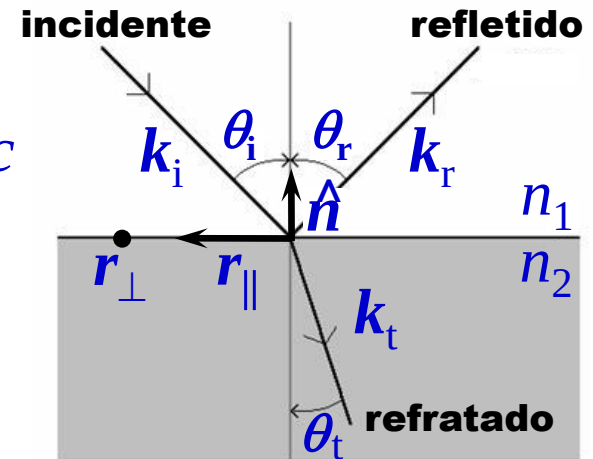
Como $(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_r, \mathbf{k}_t, \mathbf{r}_\parallel, \hat{\mathbf{n}})$ estão no mesmo plano (plano de incidência)

$$k_i \sin \theta_i = k_r \sin \theta_r = k_t \sin \theta_t$$

Mas $k_i = k_r = \omega/v_1 = \omega n_1/c$, $k_t = \omega/v_2 = \omega n_2/c$

$$\theta_i = \theta_r$$

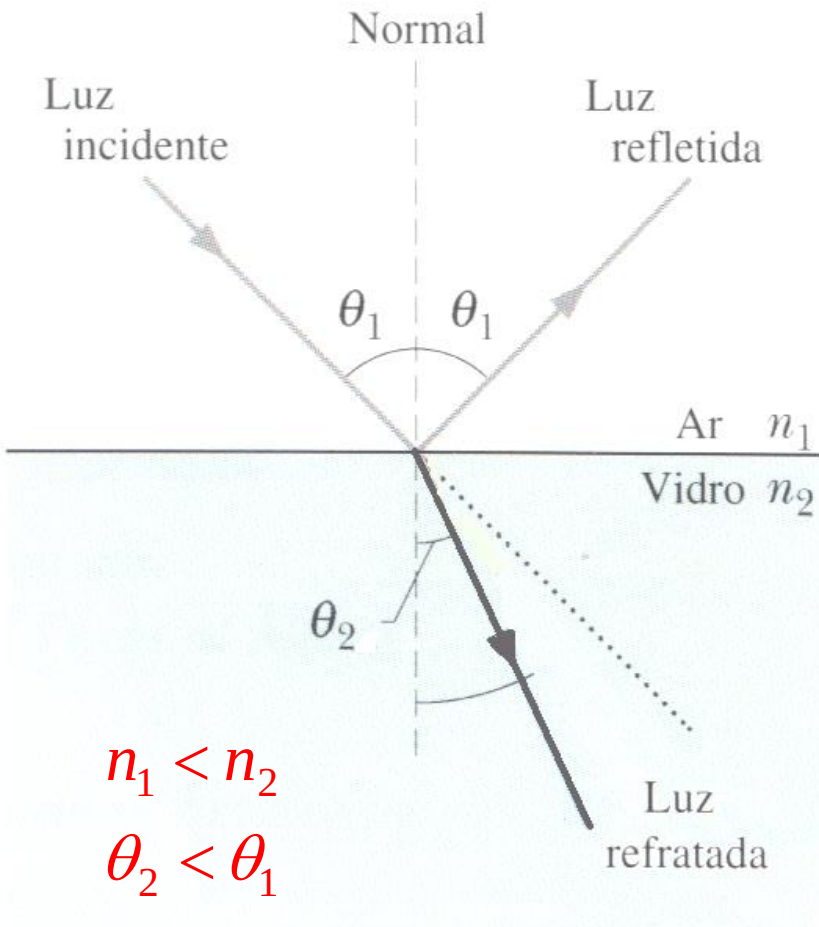
$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$$



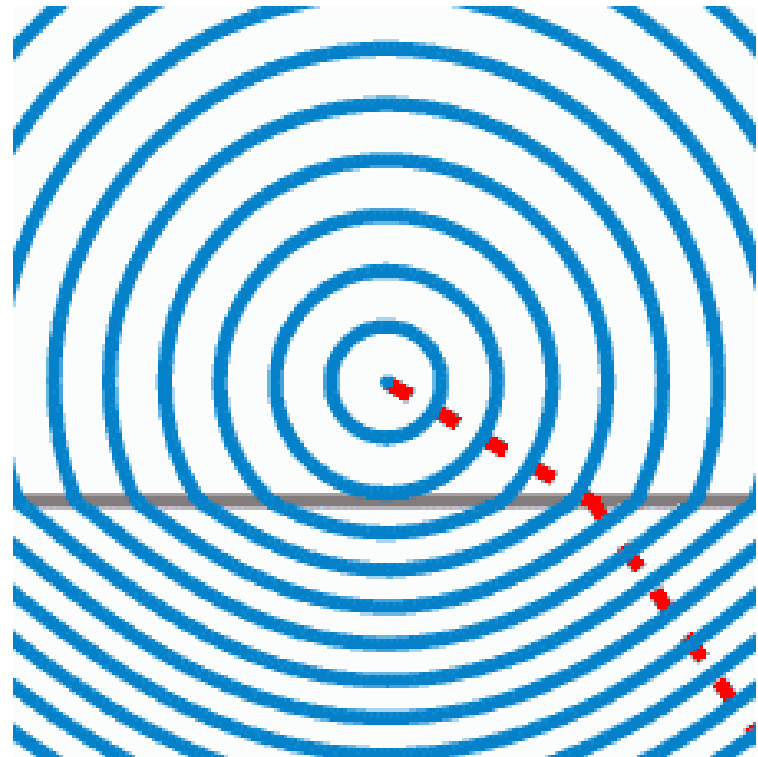
Amplitudes determinadas pela continuidade de $\epsilon \mathbf{E}_\parallel$, $\mathbf{B}_\parallel$, $\mathbf{E}_\perp$ e $\mathbf{B}_\perp/\mu$.

Lei da refração (Snell-Descartes)

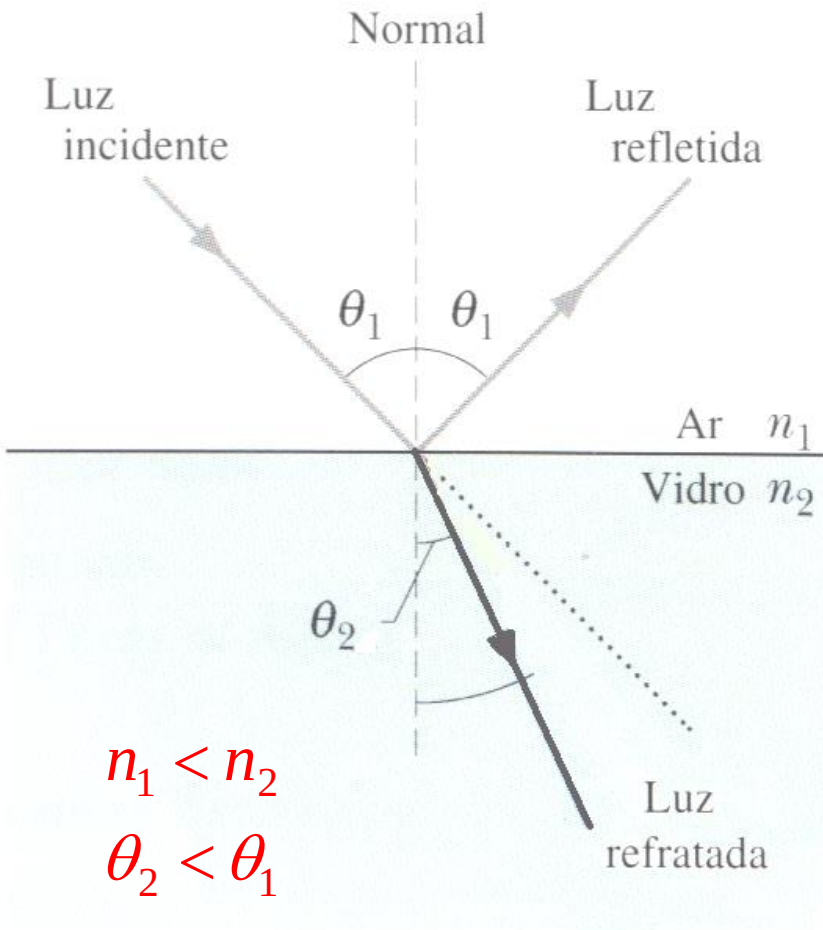
$$\text{sen } \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \text{sen } \theta_1$$



(a)

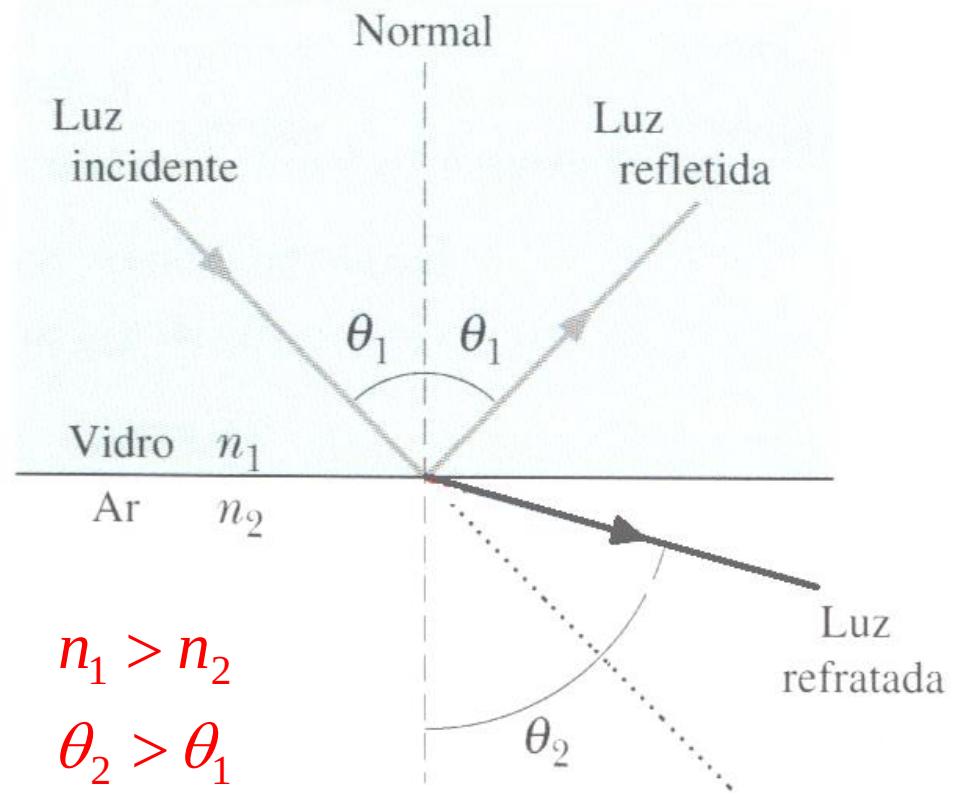


Lei da refração (Snell-Descartes)



(a)

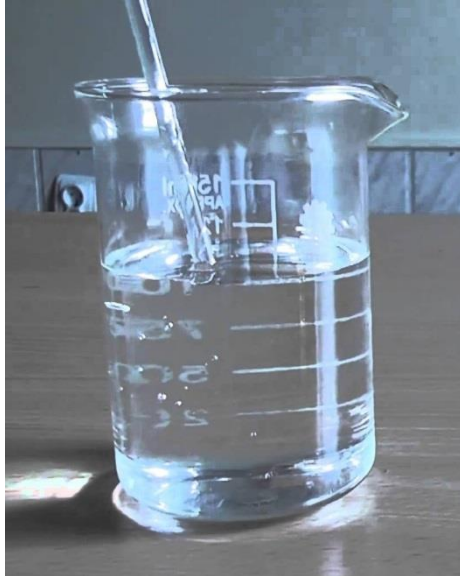
$$\text{sen } \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \text{sen } \theta_1$$



(b)

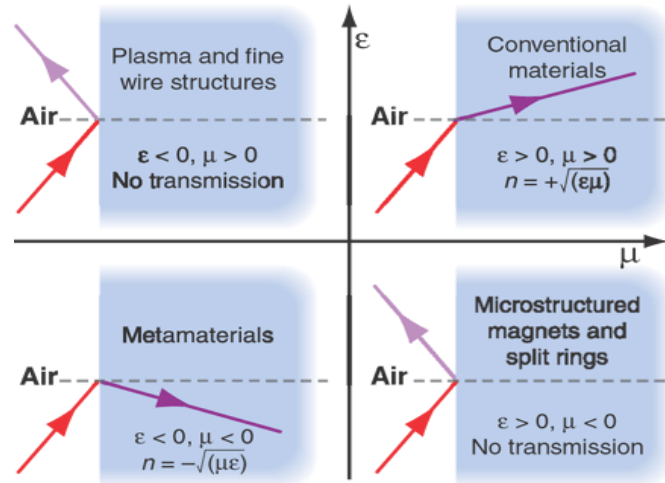
Refração

Curiosidades



vidro com mesmo n
do tetracloretileno (C_2Cl_4):
não há reflexão e/ou refração
(vidro imerso se torna invisível)

por que o homem invisível seria
cego?

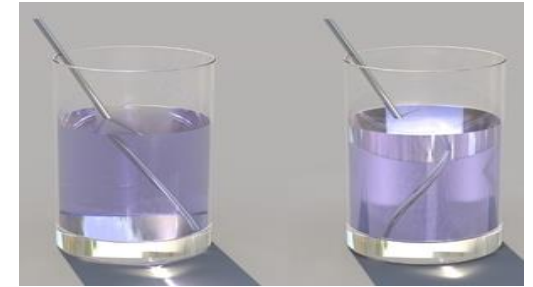


metamateriais (índice de refração $n < 0$)
microondas em Fe, Ni, Co na presença de campo magnético

J. B. Pendry, D. R. Smith, *Phys. Today* **57**(6), 37 (2004).

<http://www.inovacaotecnologica.com.br/noticias/noticia.php?artigo=indice-negativo-refracao-metais>

numa piscina preenchida
com líquido de $n < 0$ seria
possível ver o canto oculto



Reflexão interna total

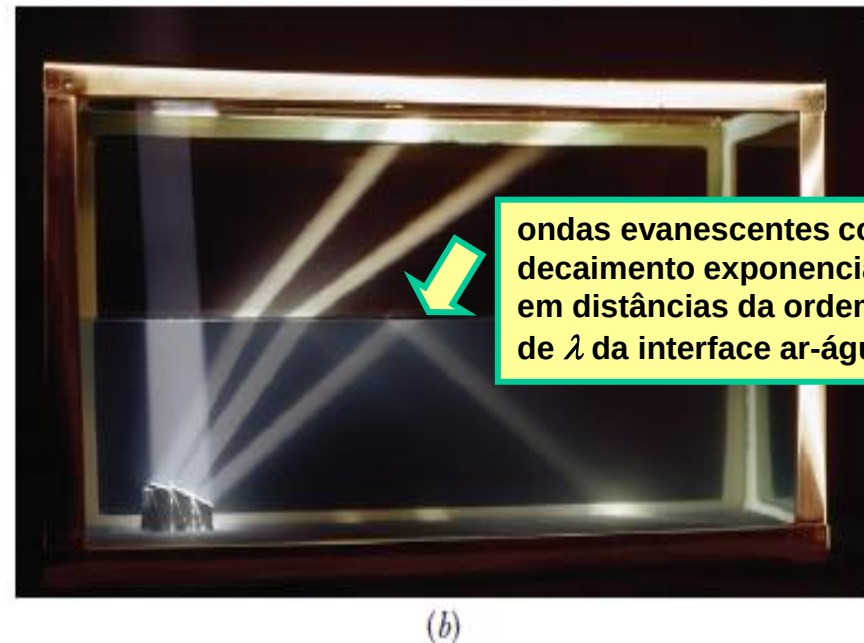
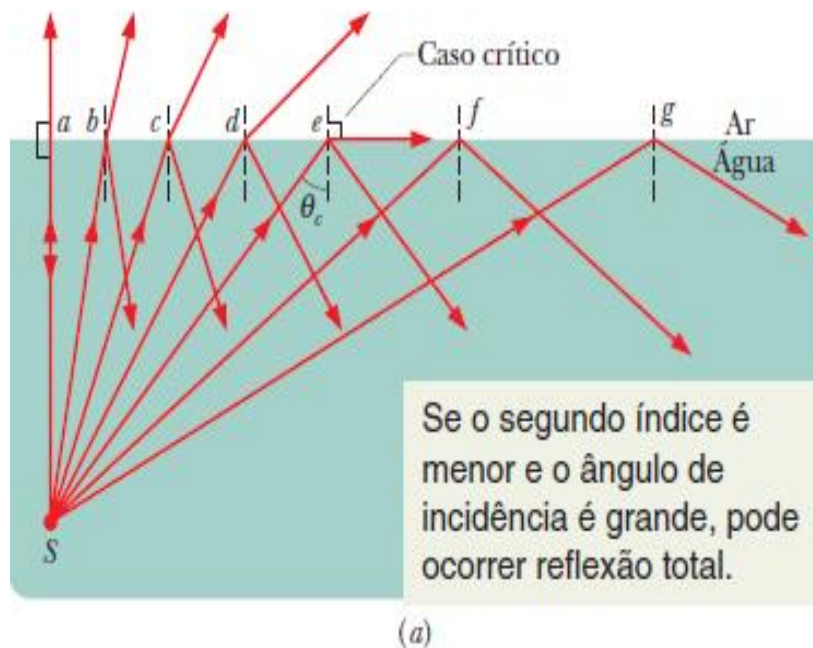


Figura 33-23 (a) A reflexão interna total da luz emitida por uma fonte pontual S na água acontece para ângulos de incidência maiores que o ângulo crítico θ_c . Quando o ângulo de incidência é igual ao ângulo crítico, o raio refratado é paralelo à interface água-ar. (b) Uma fonte luminosa em um tanque com água. (Ken Kay/Fundamental Photographs)

Reflexão interna total e ondas evanescentes: Feynman Lectures on Physics, vol.II, seção 33-6

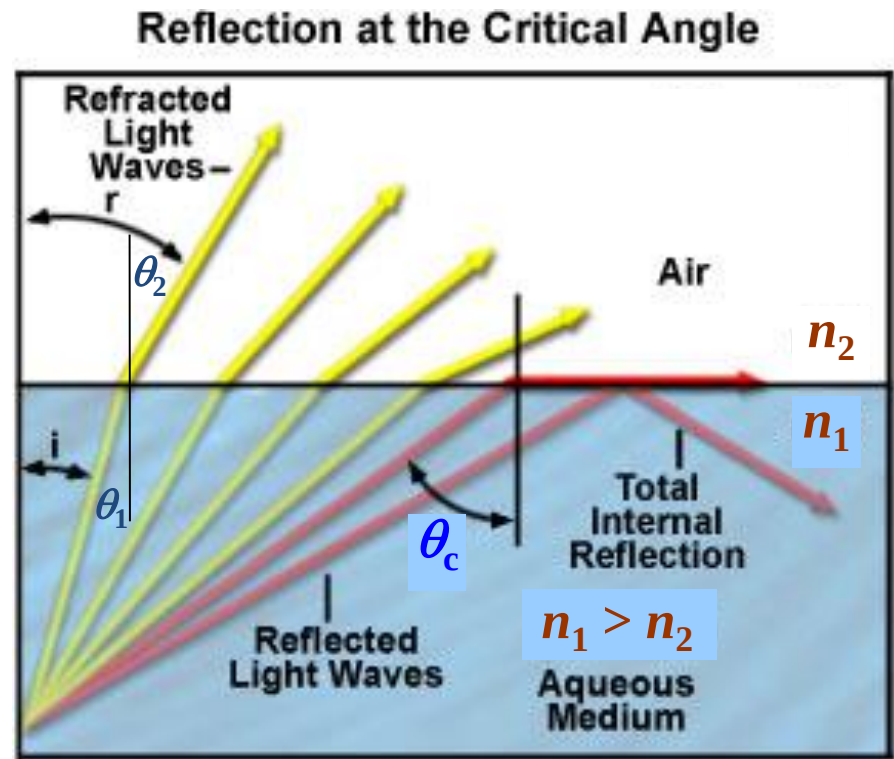
Reflexão interna total

Se a incidência se dá de um meio mais refringente para outro menos refringente, ou seja, $n_1 > n_2$, há um ângulo crítico acima do qual só há reflexão.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

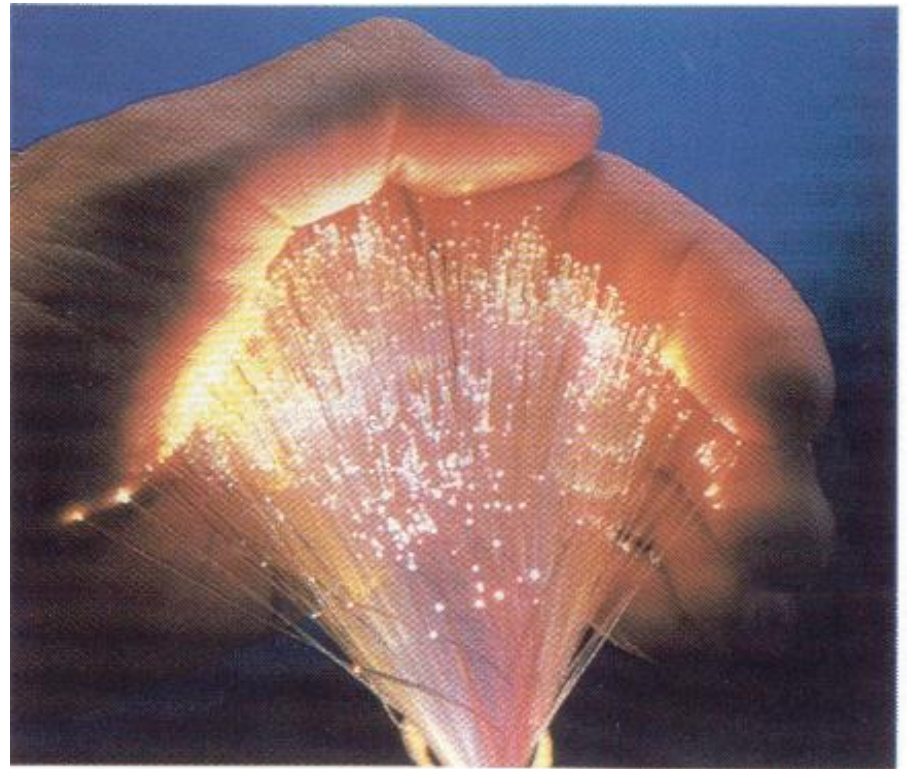
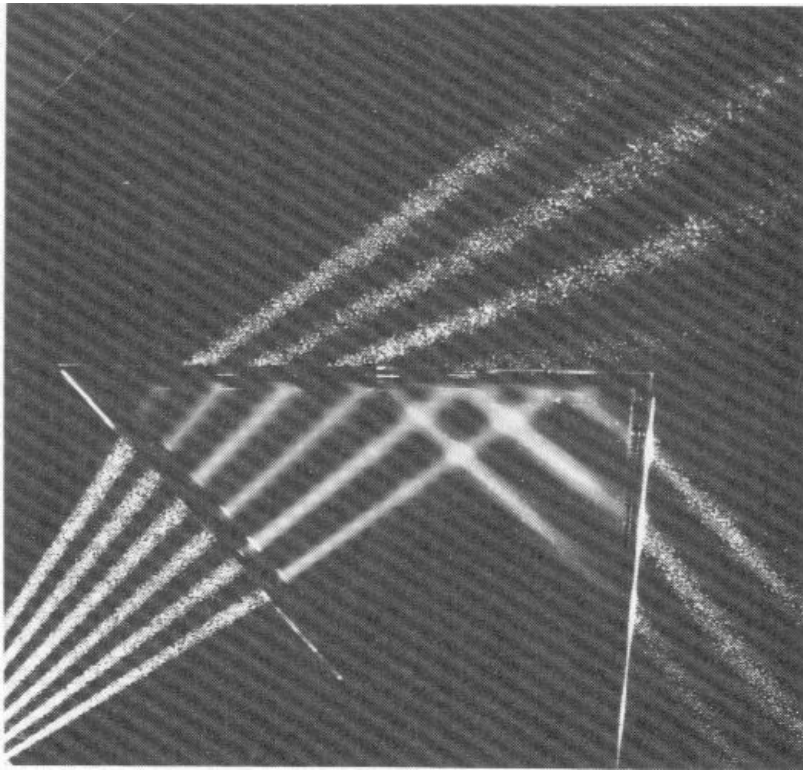
$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin \frac{\pi}{2} = n_2$$

$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$



Reflexão interna total

Aplicação: fibras ópticas



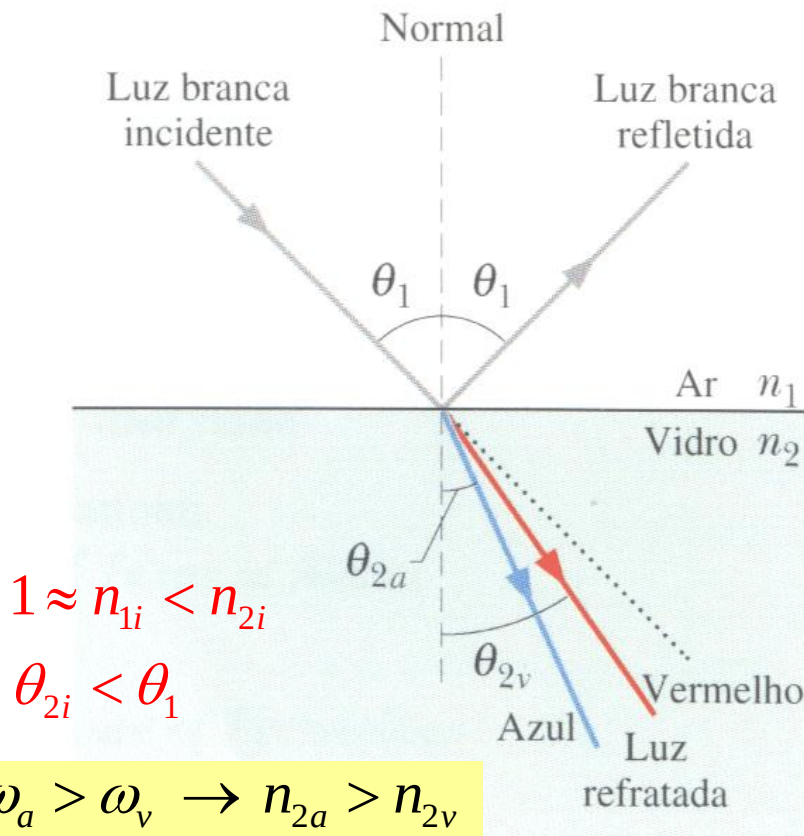
Dispersão cromática

$$\sin \theta_{2i} = \frac{n_{1i}}{n_{2i}} \sin \theta_1$$

Dependência com λ ou ω : $n = n(\omega)$ $E(r,t) = \sum_{k(\omega)} E(k) \sin(k \cdot r - \omega t)$

luz branca

Em geral, se $\omega_1 > \omega_2 \Rightarrow n(\omega_1) > n(\omega_2)$



(a)

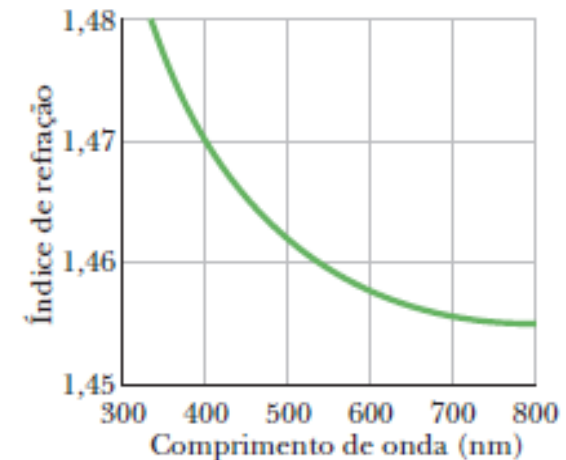


Figura 33-18 Índice de refração do quartzo fundido em função do comprimento de onda. De acordo com o gráfico, quanto menor o comprimento de onda, maior o desvio sofrido por um raio luminoso ao entrar ou sair do quartzo.

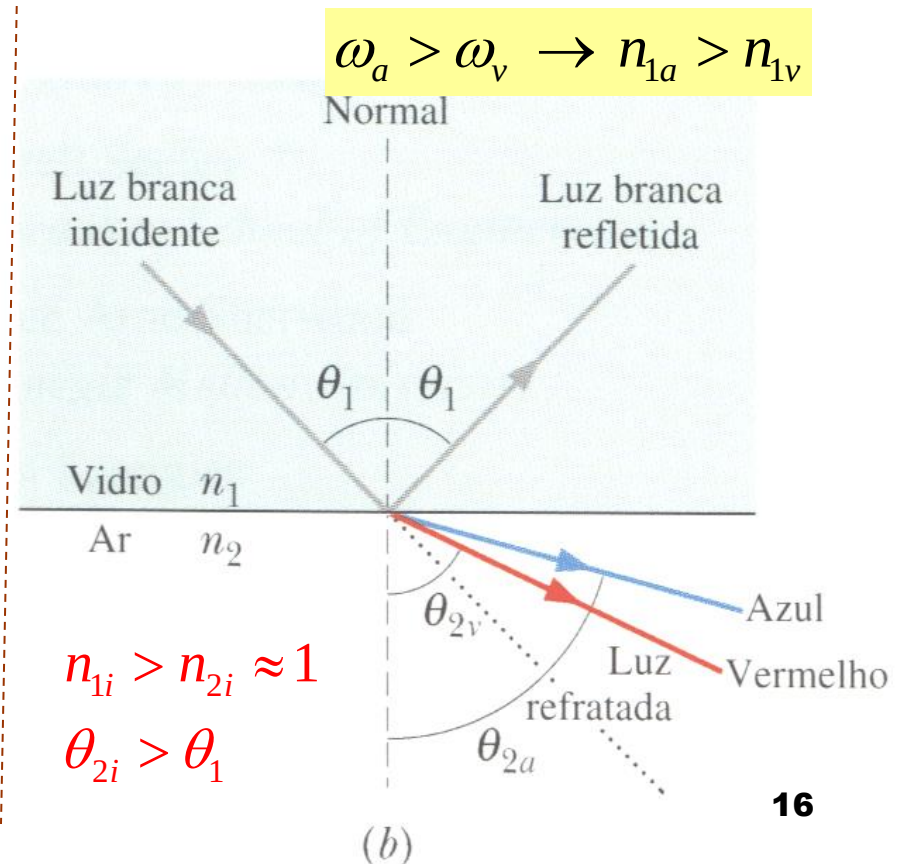
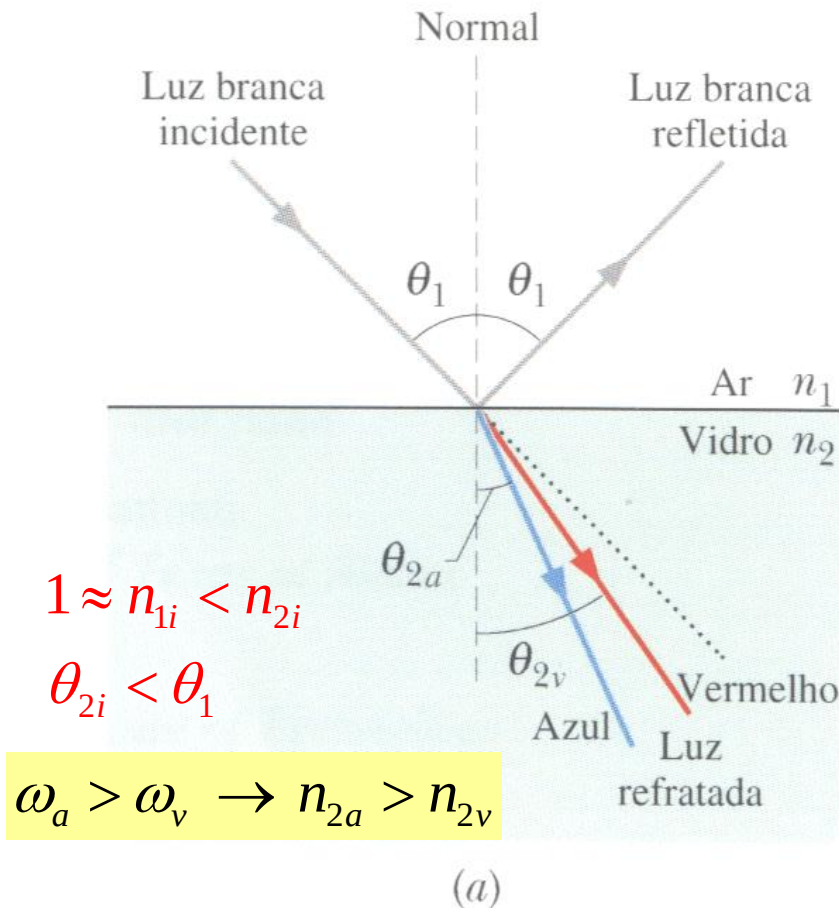
Dispersão cromática

$$\sin \theta_{2i} = \frac{n_{1i}}{n_{2i}} \sin \theta_1$$

Dependência com λ ou ω : $n = n(\omega)$ $E(r,t) = \sum_{k(\omega)} E(k) \sin(k \cdot r - \omega t)$

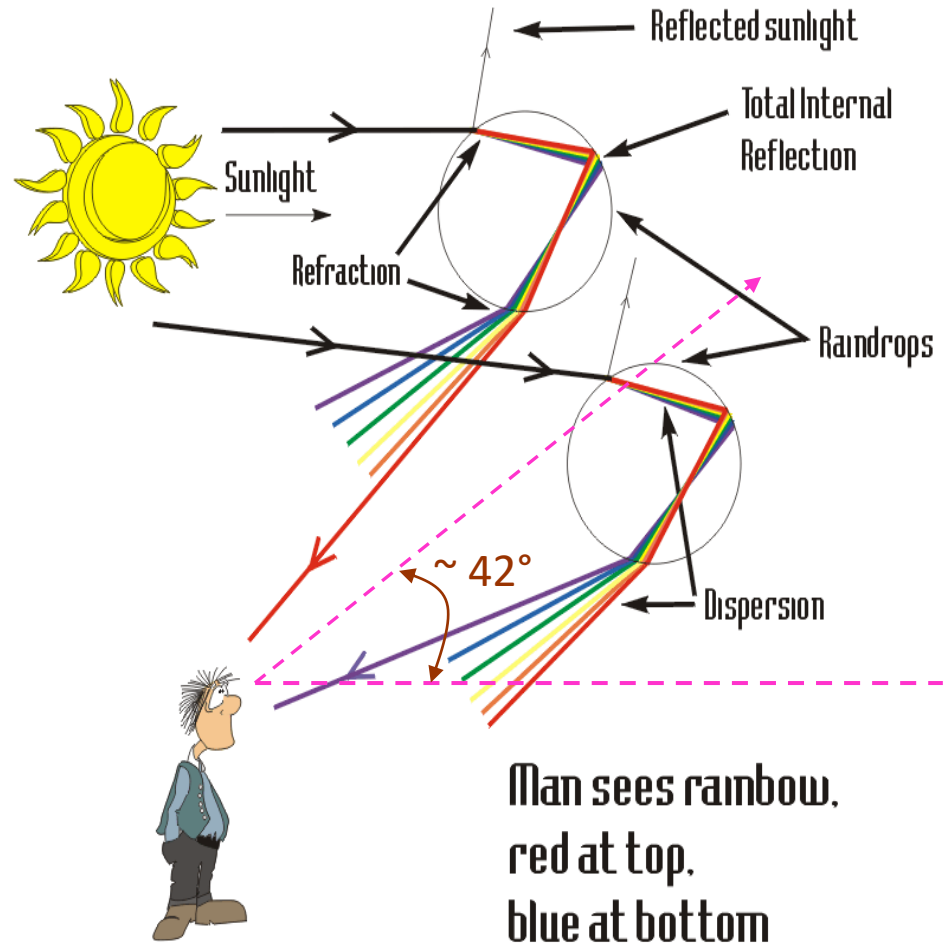
luz branca

Em geral, se $\omega_1 > \omega_2 \Rightarrow n(\omega_1) > n(\omega_2)$



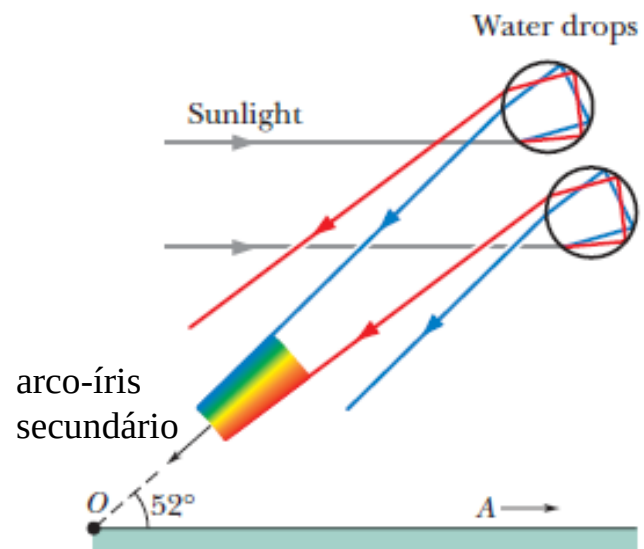
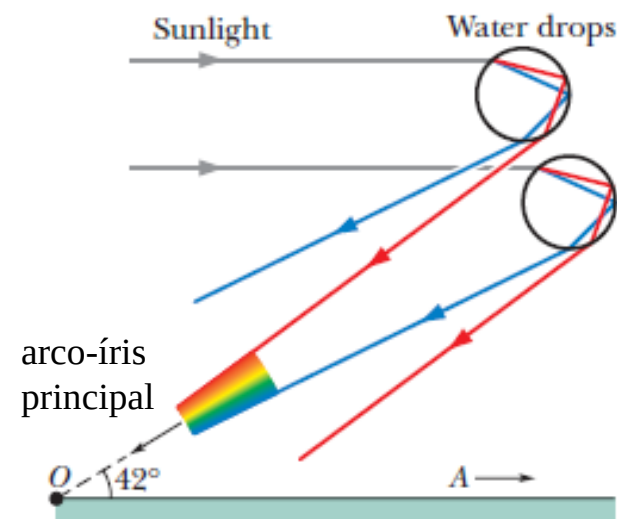
Dispersão cromática

Formação do arco-íris



Dispersão cromática

Formação do arco-íris

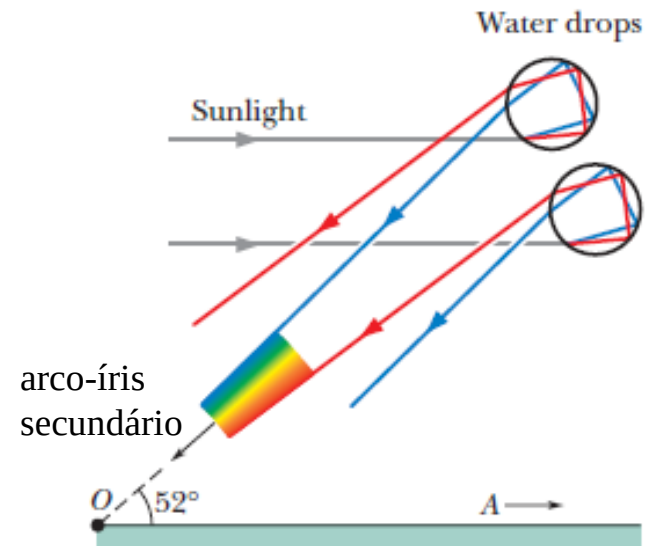
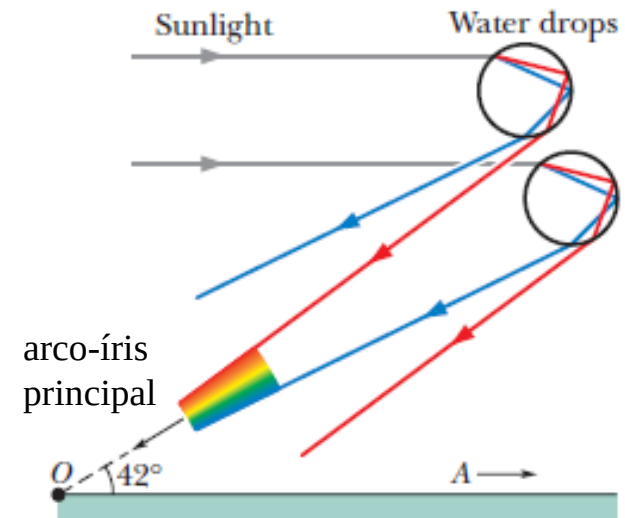


Dispersão cromática

Formação do arco-íris



Cachoeira da Fumaça – Jalapão, TO – julho/2011

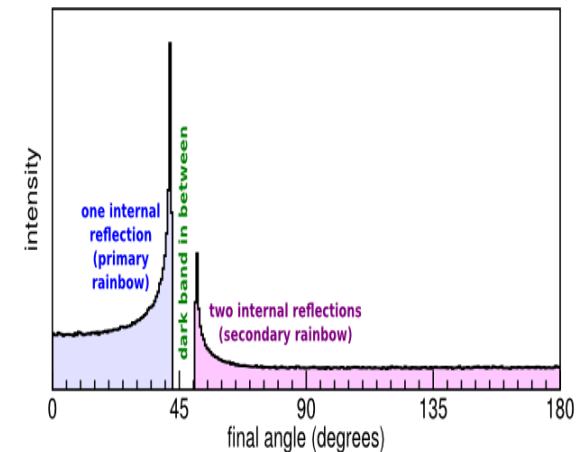
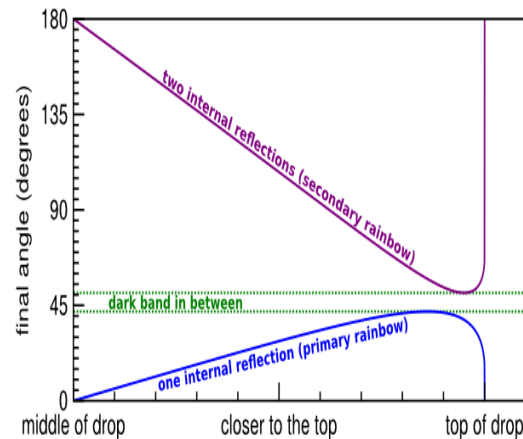
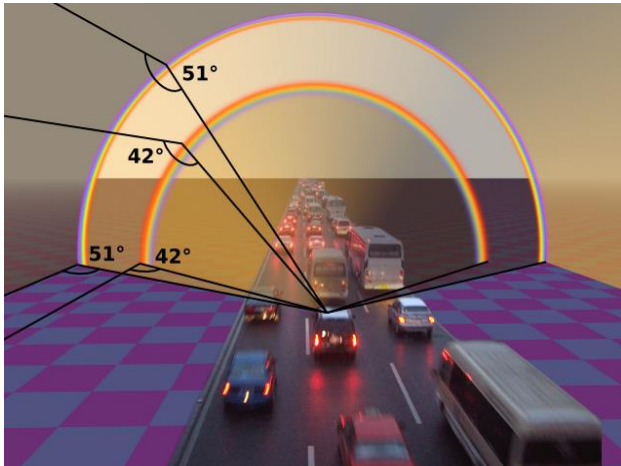


Dispersão cromática

Arco-íris: faixa escura de Alexandre (de Aphrodisias)



<http://www.flickr.com/photos/28255146@N00/9804840606>



http://www.coffeeshopphysics.com/articles/2011-10/30_the_discovery_of_rainbows

<http://www.nature.com/scientificamerican/journal/v236/n4/pdf/scientificamerican0477-116.pdf> 20

Polarização por reflexão

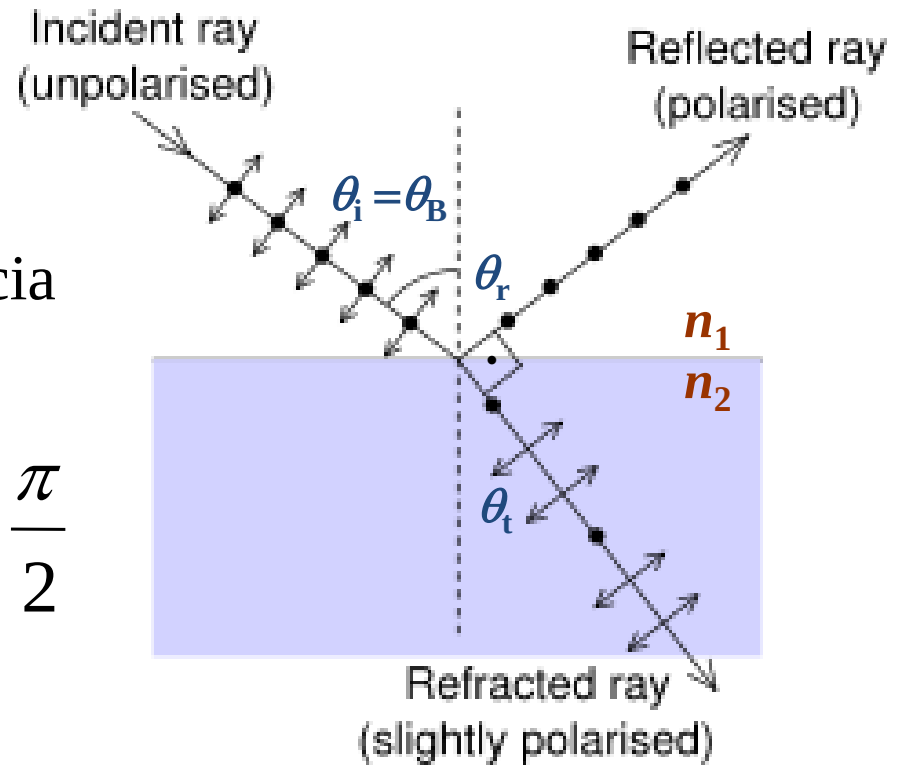
A luz refletida por uma interface é totalmente polarizada na direção perpendicular ao plano de incidência quando ocorre

$$\theta_r + \theta_t = \frac{\pi}{2} \quad \longrightarrow \quad \theta_B + \theta_t = \frac{\pi}{2}$$

Então

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta_i \right)$$

$$\longrightarrow \quad \operatorname{tg} \theta_i = \frac{n_2}{n_1} \quad \longrightarrow$$

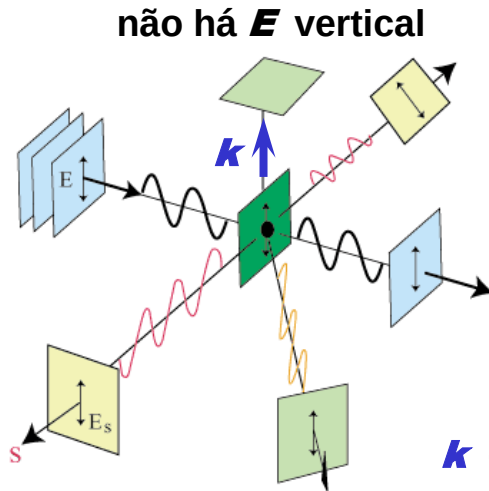


$$\theta_i \equiv \theta_B = \operatorname{tg}^{-1} \frac{n_2}{n_1}$$

θ_B : ângulo de Brewster

Polarização por espalhamento

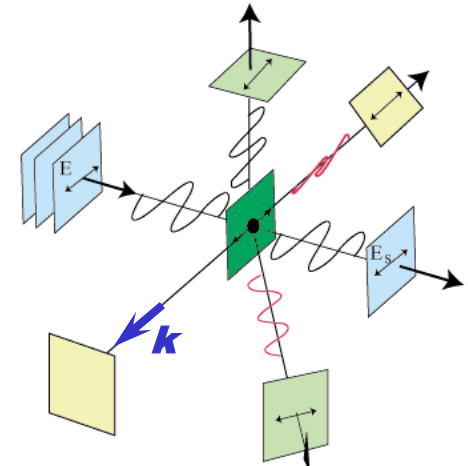
Espalhamento = absorção + reirradiação



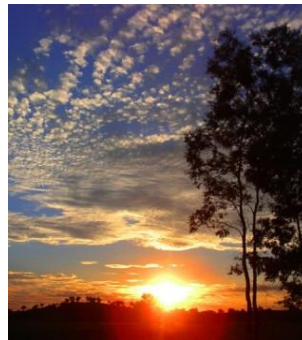
onda incidente não polarizada pode ser decomposta em duas componentes ortogonais

onda espalhada é parcialmente polarizada

$\mathbf{k}$ e $\mathbf{E}$ devem ser ortogonais



não há $\mathbf{E}$ horizontal



Terra: céu azul, crepúsculo vermelho

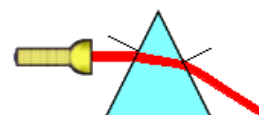
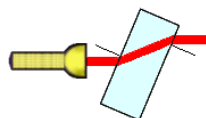
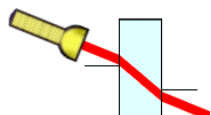
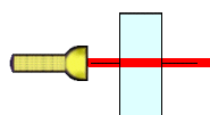
Marte: céu vermelho, crepúsculo azul

Composição da atmosfera terrestre: 78% N_2 , 21% O_2 (ressonância em UV)

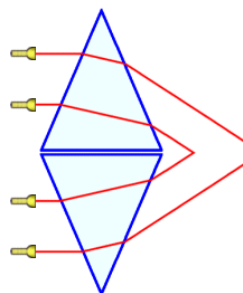
Composição da atmosfera marciana: 96% CO_2 , 2,1% Ar, 1,9% N_2 (ressonância em IR)

Refração da luz: aplicações

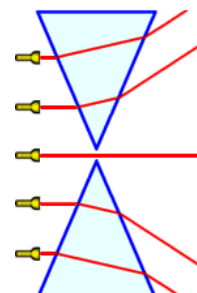
Lentes: refração de radiação por diversas interfaces



prismas como
lente convergente



prismas como
lente divergente



Curiosidade: lente gravitacional

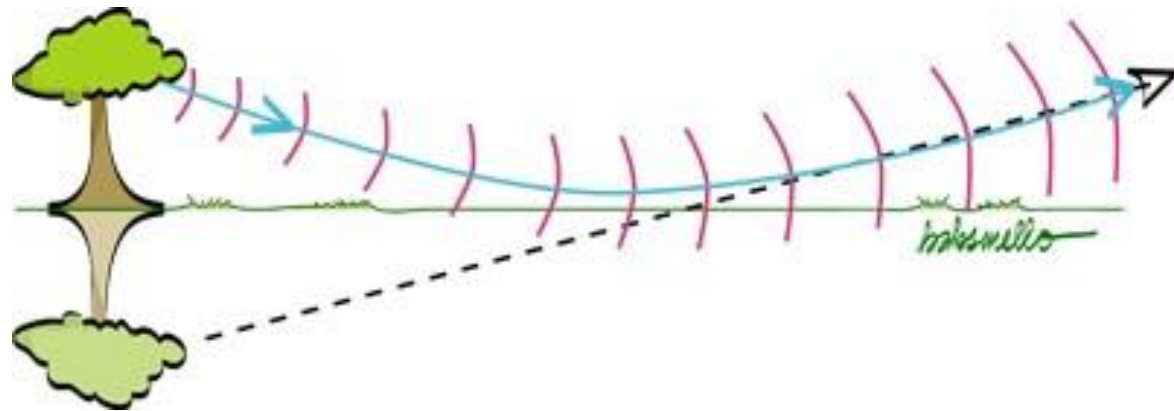


Cruz de Einstein

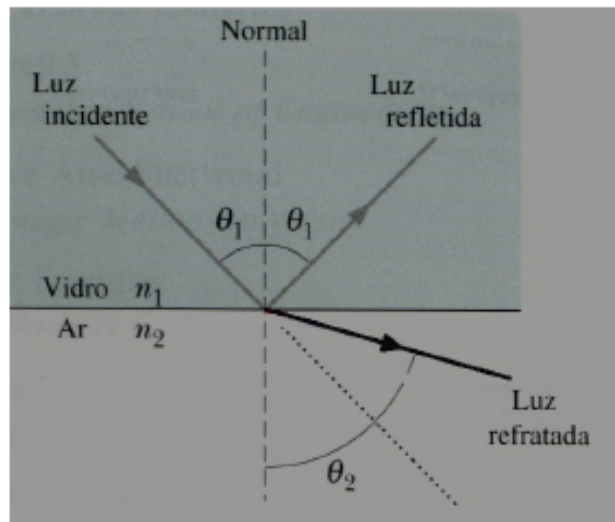
Miragem astronômica: imagem quadruplicada do
quasar QSO 2237+0305 localizado atrás da lente de
Huchra ZW 2237+030

http://en.wikipedia.org/wiki/Einstein_Cross

Miragem de refração (virtual)

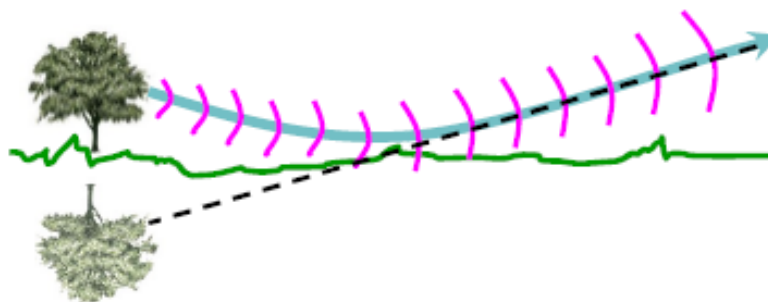
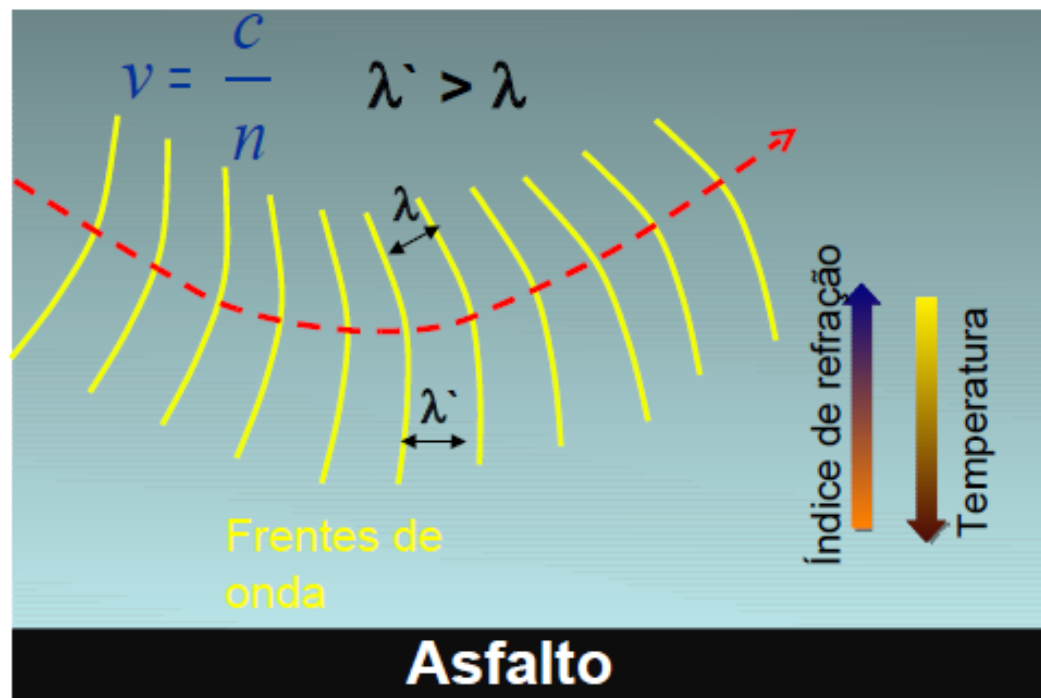


Miragem de refração (virtual)



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Temperatura do ar (°C)	Índice de refração
47,50	1,00050
47,75	1,00040
48,00	1,00035
48,25	1,00027
48,50	1,00025



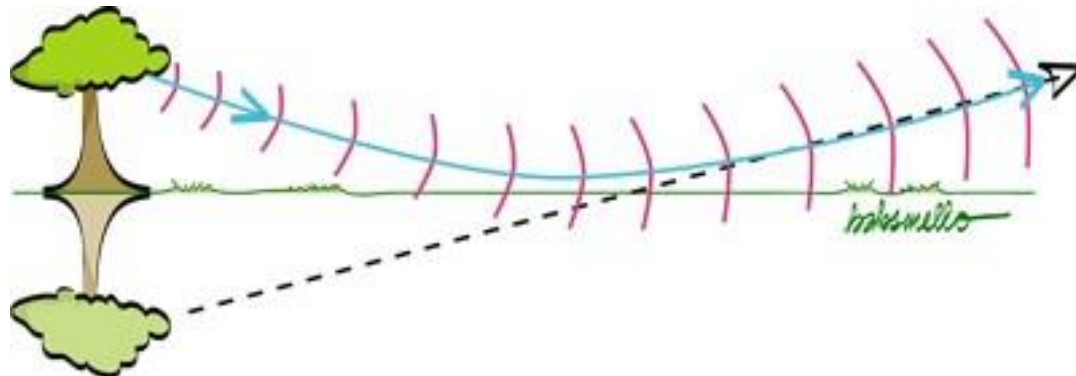
Miragem de refração (virtual)

- Imagem real

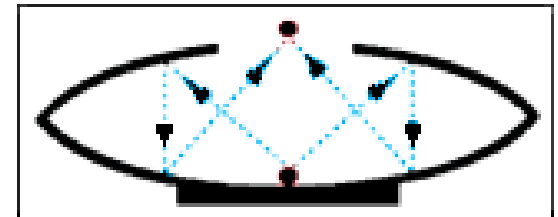
Encontro dos raios luminosos

- Imagem virtual

Encontro do prolongamento dos raios luminosos



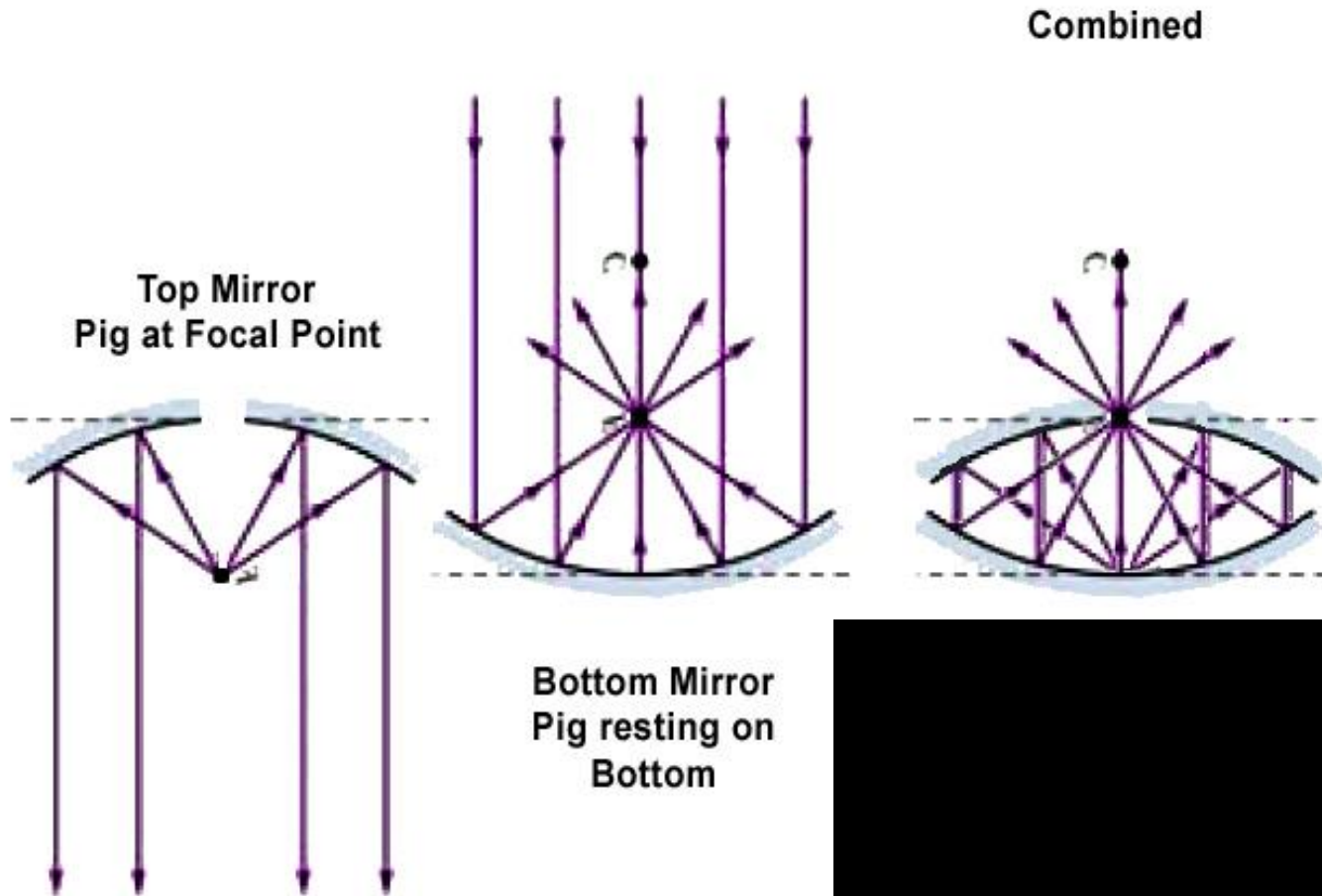
Miragem de imagem (real)



Miragem de imagem (real)



Miragem de imagem (real)

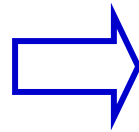


<http://www.optigone.com/m2000.htm>

Resumo da 2ª aula

- Óptica geométrica: $d \gg \lambda$, ondas planas descritas como feixes/ raios em meios isotrópicos, homogêneos e lineares.
- Lei da reflexão: $\theta_i = \theta_r$
- Lei da refração (Snell-Descartes): $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$
- Reflexão interna total (ângulo crítico):

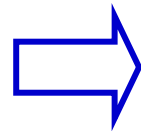
$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin \frac{\pi}{2} = n_2$$



$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

- Polarização por reflexão (ângulo de Brewster):

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta_i \right)$$



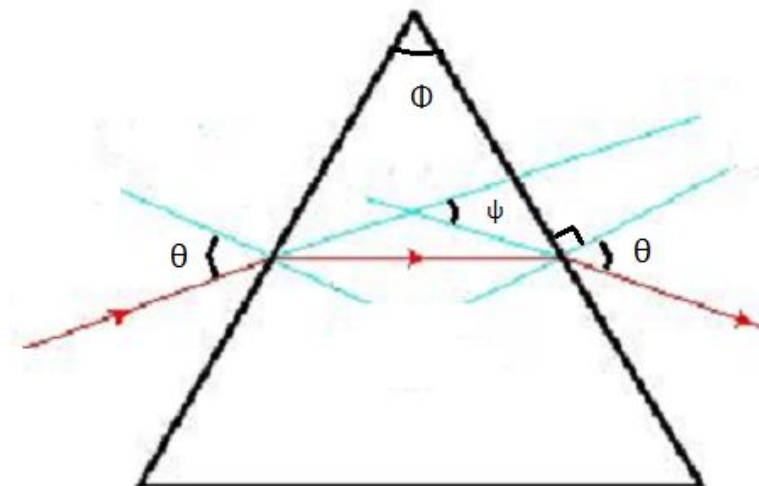
$$\theta_i = \theta_B = \tan^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

Problema 7 (Cap.33; Ex.53)

Na Fig. 33-57 um raio incide em uma das faces de um prisma triangular de vidro imerso no ar. O ângulo de incidência θ é escolhido de tal forma que o raio emergente faz o mesmo ângulo θ com a normal à outra face. Mostre que o índice de refração n do vidro é dado por:

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\psi + \phi)}{\sin \frac{1}{2}(\phi)}$$

Onde ϕ é o ângulo do vértice superior do prisma e ψ é o *ângulo de desvio*, definido como o ângulo entre o raio emergente e o raio incidente. (Nessas condições, o ângulo de desvio tem o menor valor possível, que é denominado *ângulo de desvio mínimo*).



Problema 7 (Cap.33; Ex.55)

No ar $n = 1$

$$\text{sen } \theta = n \text{ sen } \alpha \rightarrow n = \frac{\text{sen } \theta}{\text{sen } \alpha}$$

Do triângulo temos:

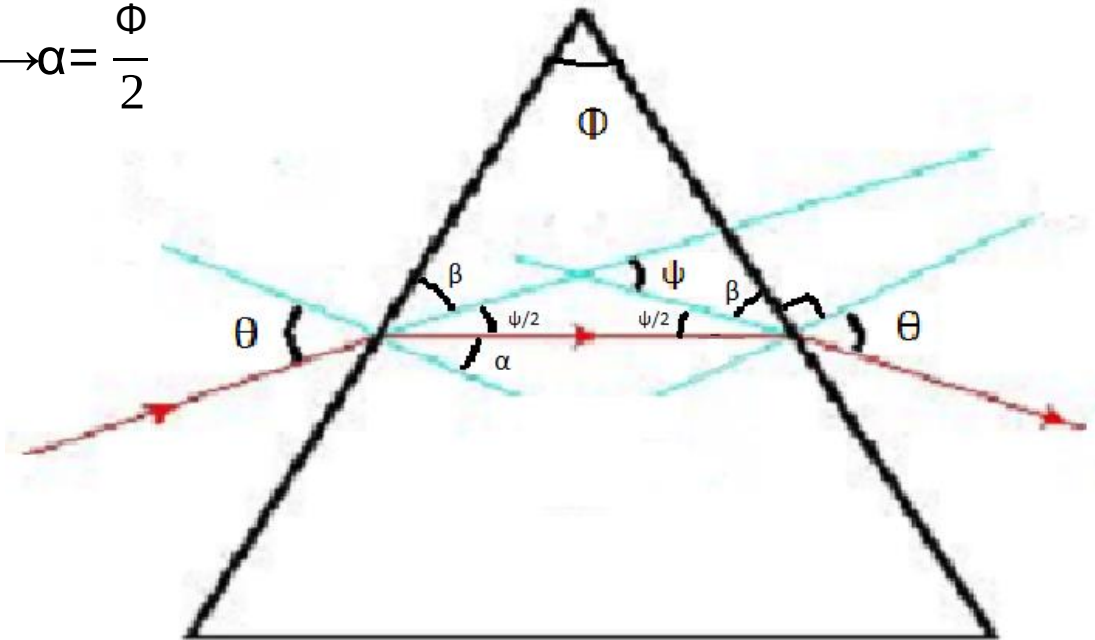
$$\alpha + \psi/2 + \beta = 90^\circ \rightarrow \beta = 90^\circ - \alpha - \psi/2$$

$$\beta + \psi/2 + \beta + \psi/2 + \Phi = 180^\circ \rightarrow \alpha = \frac{\Phi}{2}$$

$$\theta = \alpha + \frac{\psi}{2} \rightarrow \theta = \frac{\Phi}{2} + \frac{\psi}{2}$$

Substituindo temos:

$$n = \frac{\text{sen } \frac{1}{2}(\psi + \Phi)}{\text{sen } \frac{1}{2}(\Phi)}$$



Ondas eletromagnéticas

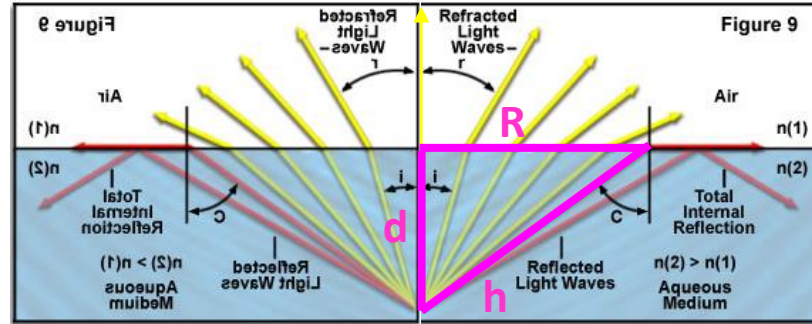
Problema 8 (Cap.33; Ex.55)

Uma fonte luminosa pontual está 80,0 cm abaixo da superfície de uma piscina. Calcule o diâmetro do círculo, na superfície, através do qual a luz emerge da água.

Uma fonte luminosa pontual está 80,0 cm abaixo da superfície de uma piscina. Calcule o diâmetro do círculo, na superfície, através do qual a luz emerge da água.

$$d = 0,8 \text{ m}$$

$$h = (d^2 + R^2)^{1/2}$$



$$n_{H_2O} \sin \theta_c = n_{ar} \sin 90^\circ = n_{ar}$$

$$\sin \theta_c = \frac{n_{ar}}{n_{H_2O}} = \frac{1}{1,33} \approx 0,752 = \frac{R}{h} = \frac{R}{(d^2 + R^2)^{1/2}}$$

$$0,565(d^2 + R^2) = R^2 \rightarrow 0,565(0,8^2) = R^2(1 - 0,565)$$

$$R^2 \approx 0,832 \rightarrow R \approx 0,912 \text{ m} ; D = 2R \approx 1,824 \text{ m}$$

$$D \approx 182 \text{ cm}$$

Problema 9 (Cap.33; Ex.66)

Na Figura, um raio luminoso que estava se propagando inicialmente no ar incide em um material 2 com um índice de refração $n_2 = 1,5$. Abaixo do material está o material 3, com um índice de refração n_3 . O raio incide na interface ar – material com o ângulo de Brewster para essa interface e incide na interface material 2 – material 3 com o ângulo de Brewster para essa interface. Qual é o valor de n_3 ?

Pela definição do ângulo de Brewster nas duas interfaces:

$$\tan(\theta_1) = \frac{n_2}{n_1}; \quad \tan(\theta_2) = \frac{n_3}{n_2}$$

$$\text{ou seja:} \quad \tan(\theta_1) \times \tan(\theta_2) = \frac{n_3}{n_1}$$

$$\text{mas:} \quad \theta_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_1 \rightarrow \tan(\theta_2) = \frac{1}{\tan(\theta_1)}$$

$$\text{logo:} \quad \frac{n_3}{n_1} = 1 \quad ; \quad \text{ou:} \quad n_3 = 1 \quad (\text{ar também})$$

