

Aula 13

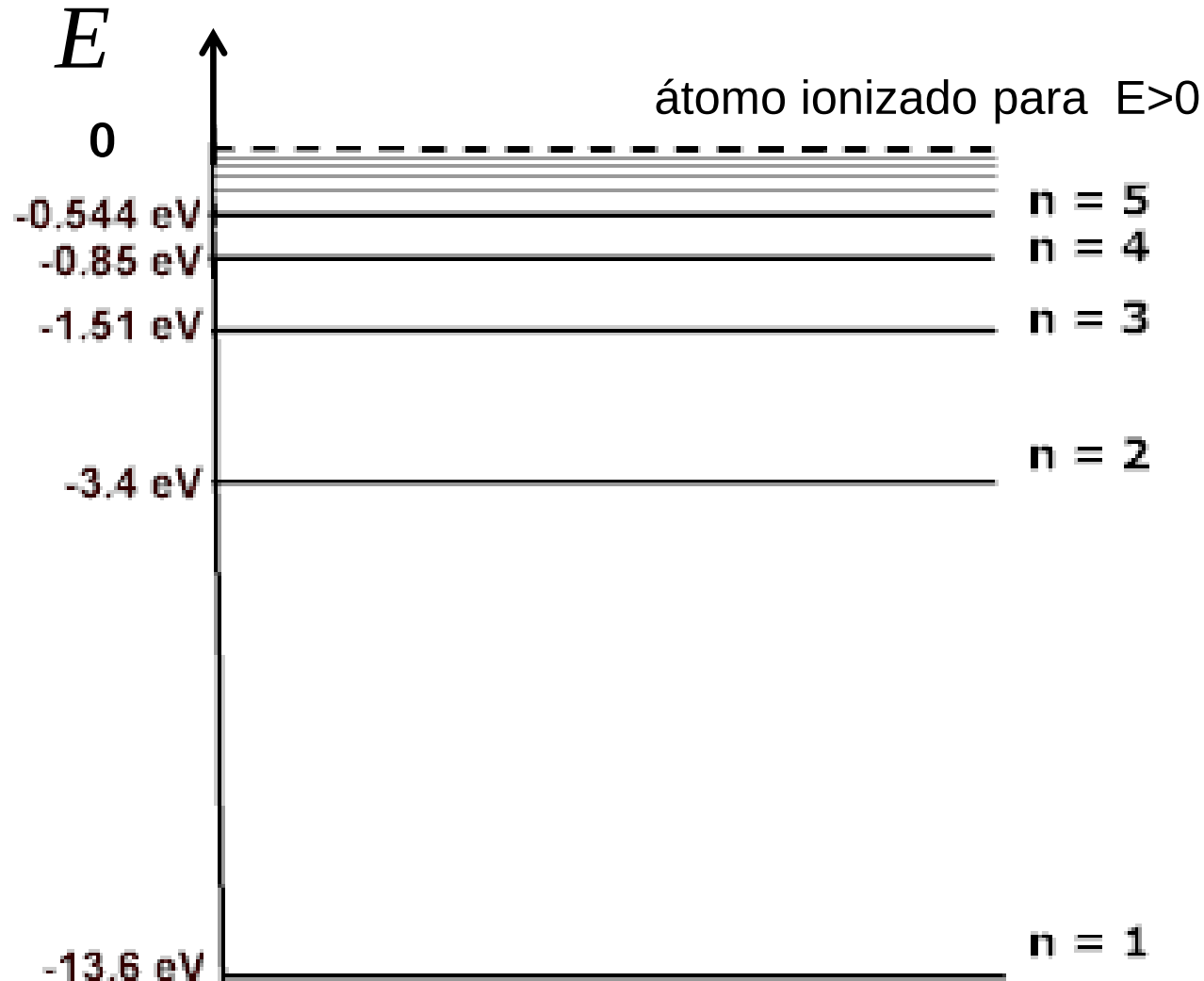
(quase) Tudo sobre os átomos

Física Geral F-428

Resumo da aula passada: ainda o átomo de hidrogênio...

- Estados quânticos caracterizados por n, l, m_l, m_s ;
- Energias dos níveis (estados) dependem de n ;
- Momentos angulares orbitais, de spin e total dos vários estados;
- Momentos de dipolo magnético;
- Quebras de degenerescência dos estados;

Átomo de hidrogênio...



Hoje iremos abordar átomos com mais de um elétron!

Para um átomo com Z elétrons....

quantas variáveis serão necessárias?

A equação de Schrödinger (independente do tempo).....

$$\sum_{i=1}^Z \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 \Psi - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_i} \Psi \right) + \sum_{i>j} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \Psi = E\Psi$$

com $E = E_1 + E_2 + \dots + E_Z$

Ψ é uma função de $Z \times 3$ variáveis e satisfaz a equação acima....
Precisamos ser inteligentes para resolver ...
Ou ter um bom computador...
Ou melhor ainda, os dois, simultaneamente....

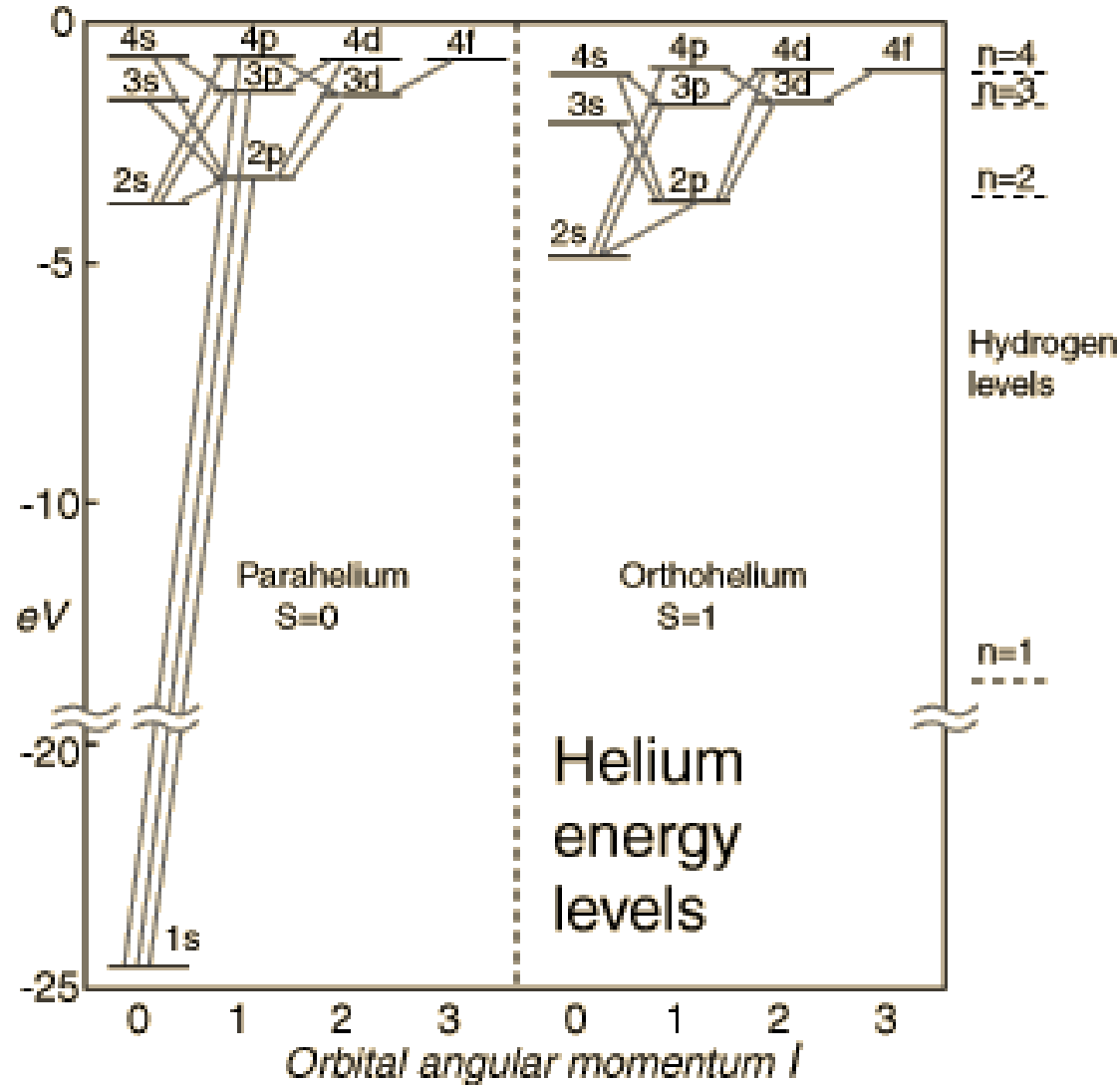
Nós procuramos por uma forma da energia potencial para o átomo com mais de um elétron que aproxime a forma exata, mas que nos permita separar a Ψ em um produto de funções, cada uma descrevendo um elétron:

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_Z) = \psi(\vec{r}_1)\psi(\vec{r}_2)\psi(\vec{r}_3) \dots \psi(\vec{r}_Z)$$

Para conseguir isso, aproximamos a energia potencial por uma energia potencial que seja dependente apenas de r_i !

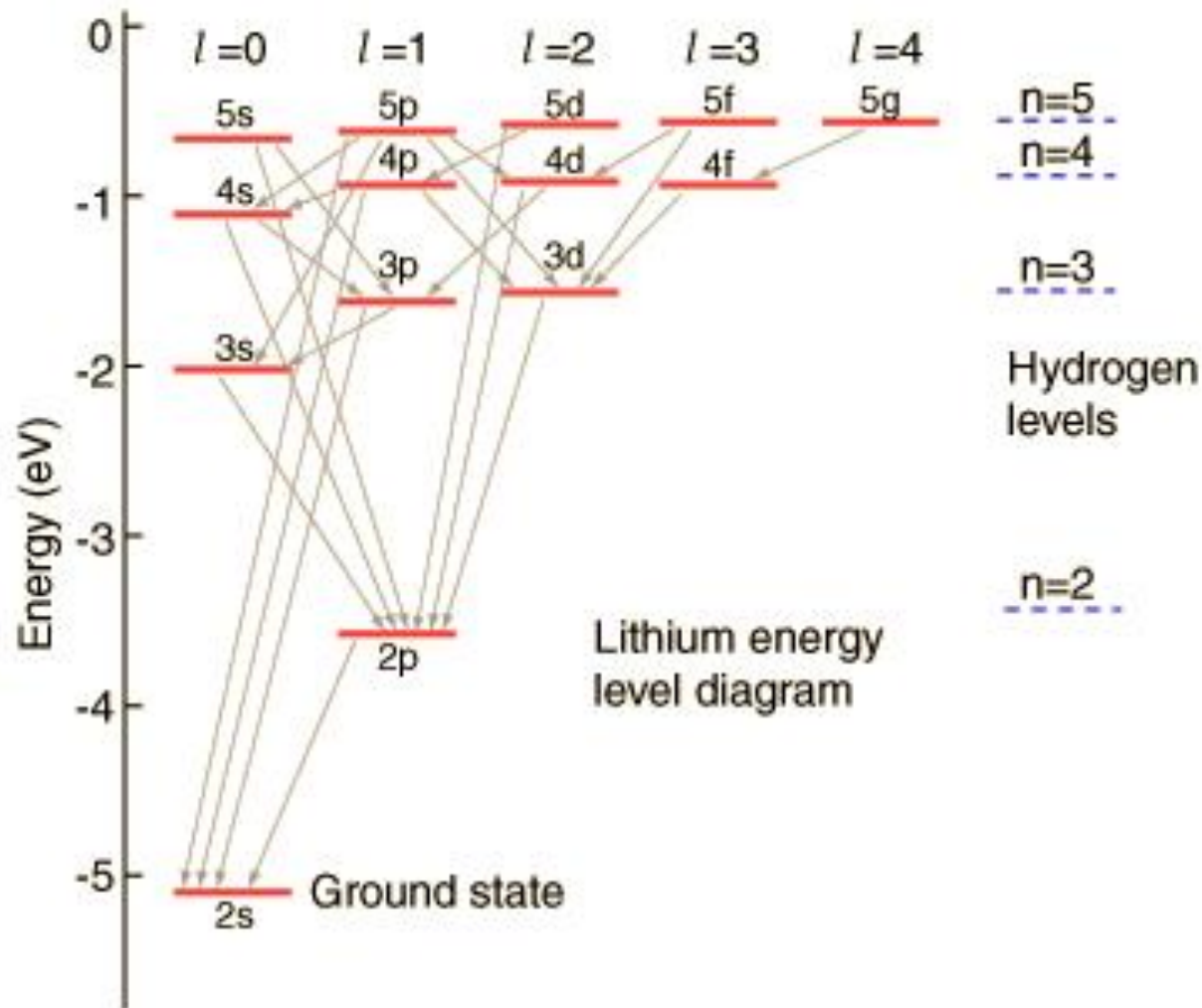
***Aí dá para resolver...
(mas os estados que a gente encontra
não serão degenerados como para o H)***

Por exemplo, um átomo de hélio....



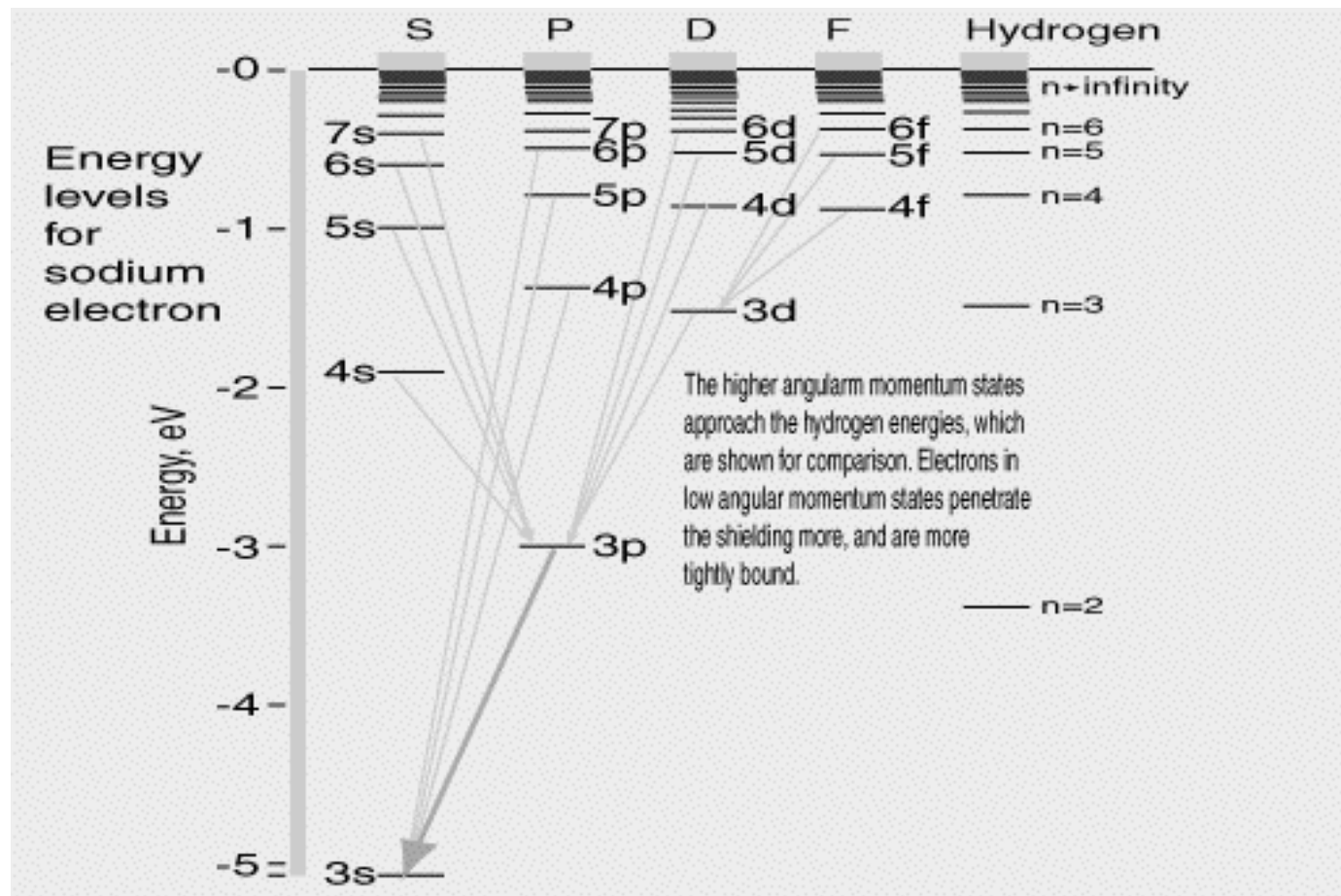
Note que neste exemplo estamos mostrando apenas um elétron no nível (o outro está no estado $1s$)

Ou ainda um átomo de lítio ($Z=3$)....



Note que neste exemplo estamos mostrando apenas um elétron no nível (os outros dois estão no estado $1s$)

Ou ainda, um átomo de sódio ($Z=11$)...



Note que neste exemplo estamos mostrando apenas o último elétron (os outros estão em $1s^2 2s^2 2p^6$)

Mas como é chegamos a esses estados de energia?
Vamos ver como exemplo o átomo de hélio ($Z = 2$)....

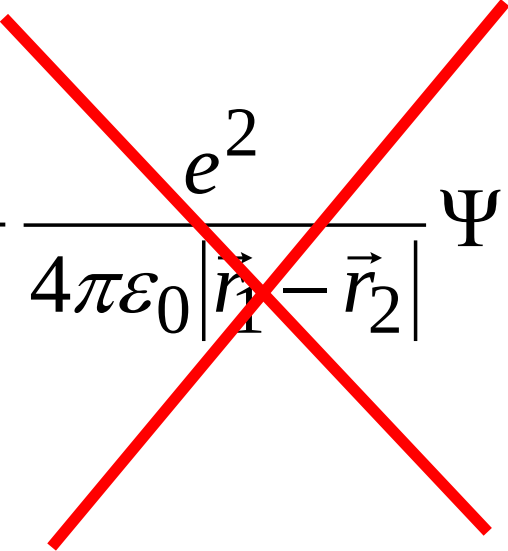
Para o H, a energia potencial é:

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

Para o He, a energia potencial (*desprezando a repulsão entre os elétrons*) é:

$$U(r_1, r_2) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_1} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_2}$$

A equação de Schrödinger para os dois elétrons do He:

$$\sum_{i=1}^2 \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 \Psi - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_i} \Psi \right) + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \Psi = E\Psi$$


$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi(\vec{r}_1)\psi(\vec{r}_2)$$

$$E_{total} = E = E_1 + E_2$$

As energias dos estados do átomo de hélio...

Energias dos estados do átomo de H:

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2} eV$$

Para os dois elétrons no He:

$$U(r_1, r_2) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_1} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_2}$$

Resultando na energia para cada um dos dois elétrons do He:

$$E_n = -\frac{mZ^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6Z^2}{n^2} eV = -\frac{54,4}{n^2} eV$$

A função de onda total Ψ será:

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi(\vec{r}_1)\psi(\vec{r}_2)$$

Cada ψ descreverá um estado que é solução de uma equação de Schrödinger (3D).

Ainda teremos os estados de cada elétron caracterizados pelos mesmos números quânticos:

$$n, l, m_l, m_s$$

e cada elétron será ainda descrito por uma ψ_{n, l, m_l, m_s}

Para cada elétron do He daremos:

- o seu número quântico principal n
- o seu número quântico orbital l
- o seu número quântico magnético m_l
- o seu número quântico de spin m_s

IMPORTANTE

QUANDO TEMOS MAIS DE UM ELÉTRON:

Princípio de Exclusão de Pauli

Dois elétrons não podem estar no mesmo estado quântico, ou ..dois elétrons não podem ter todos os quatro números quânticos iguais!!

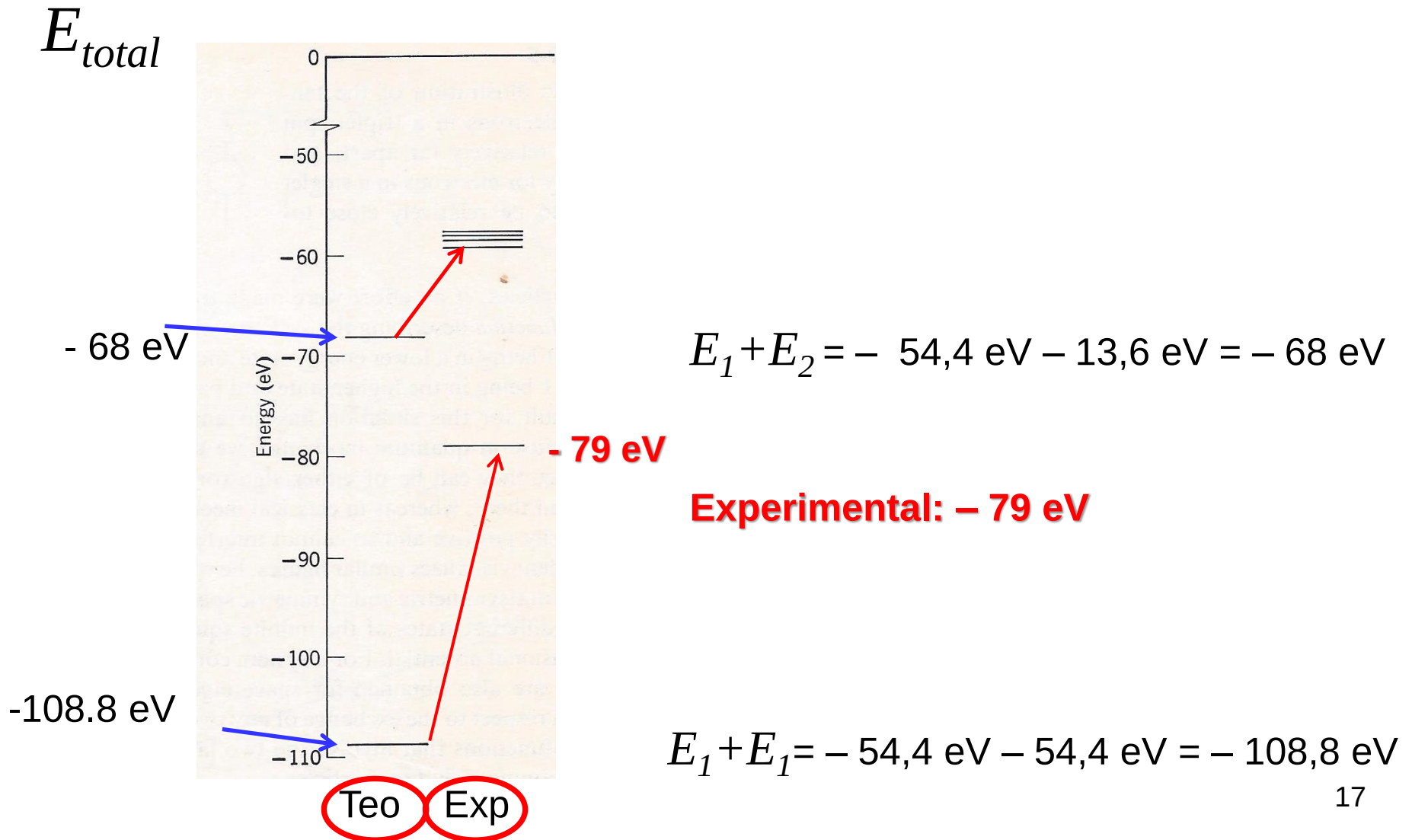
Pauli ganhou o Prêmio Nobel de Física de 1945

Portanto, podemos colocar
dois elétrons em um estado caracterizado por:

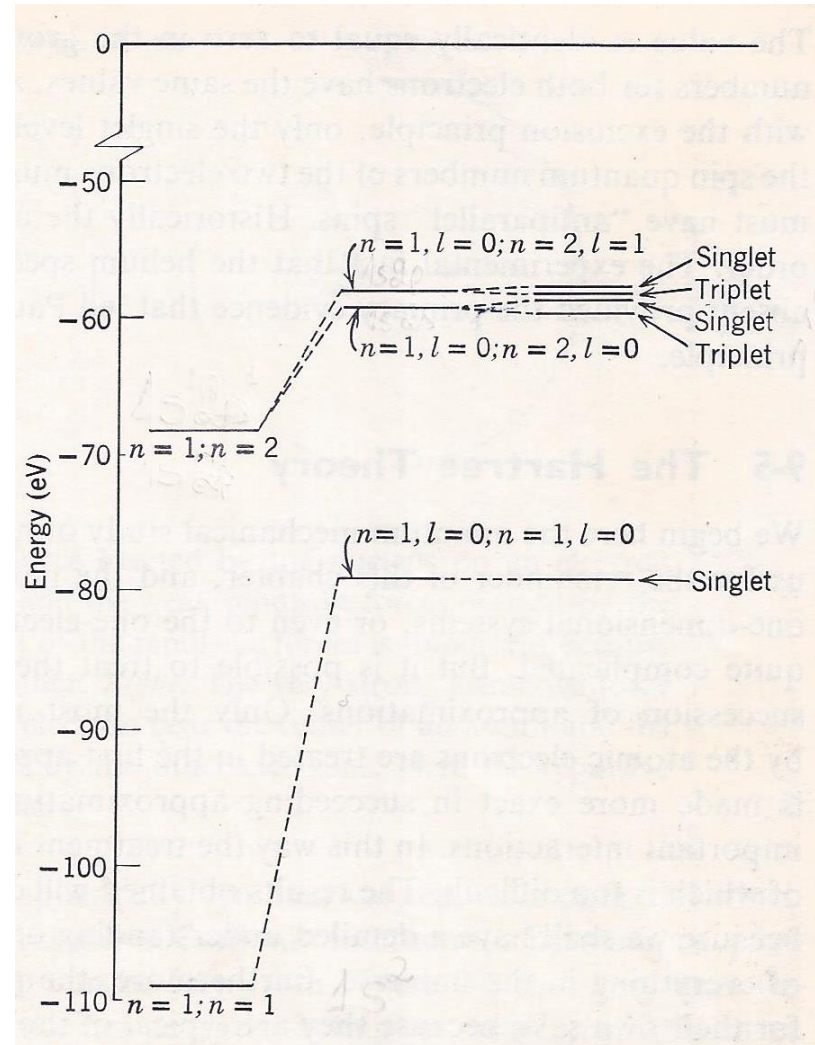
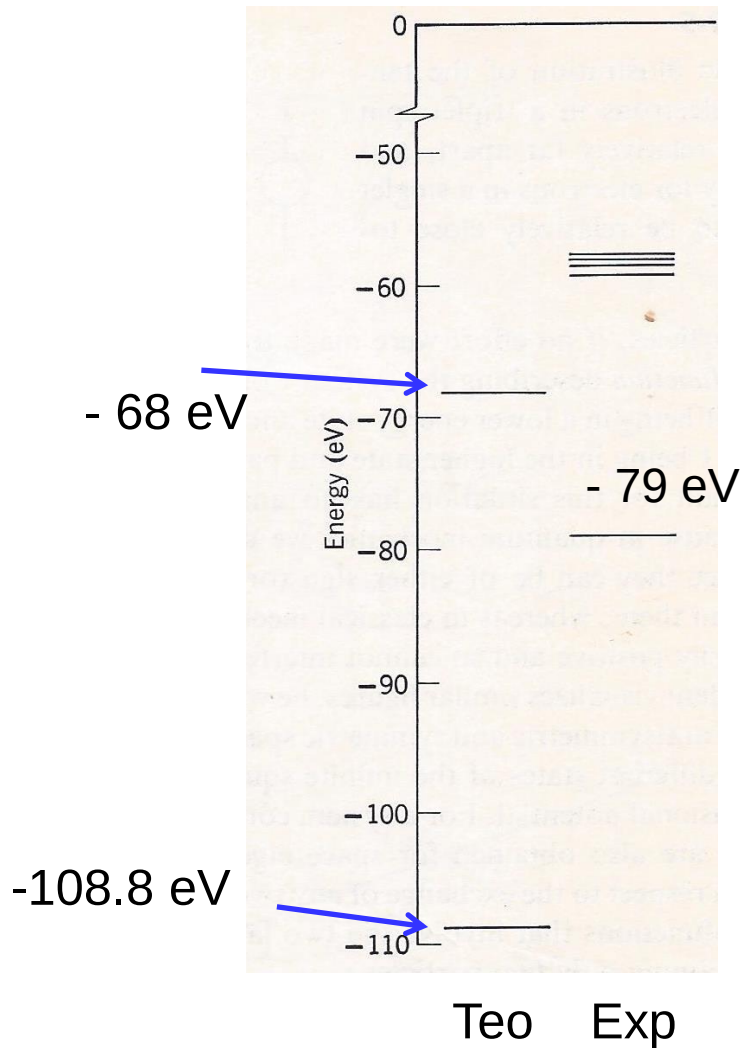
$$n, l, m_l$$

- um com $m_s = +1/2$ ($\uparrow$),
- um com $m_s = -1/2$ ($\downarrow$).

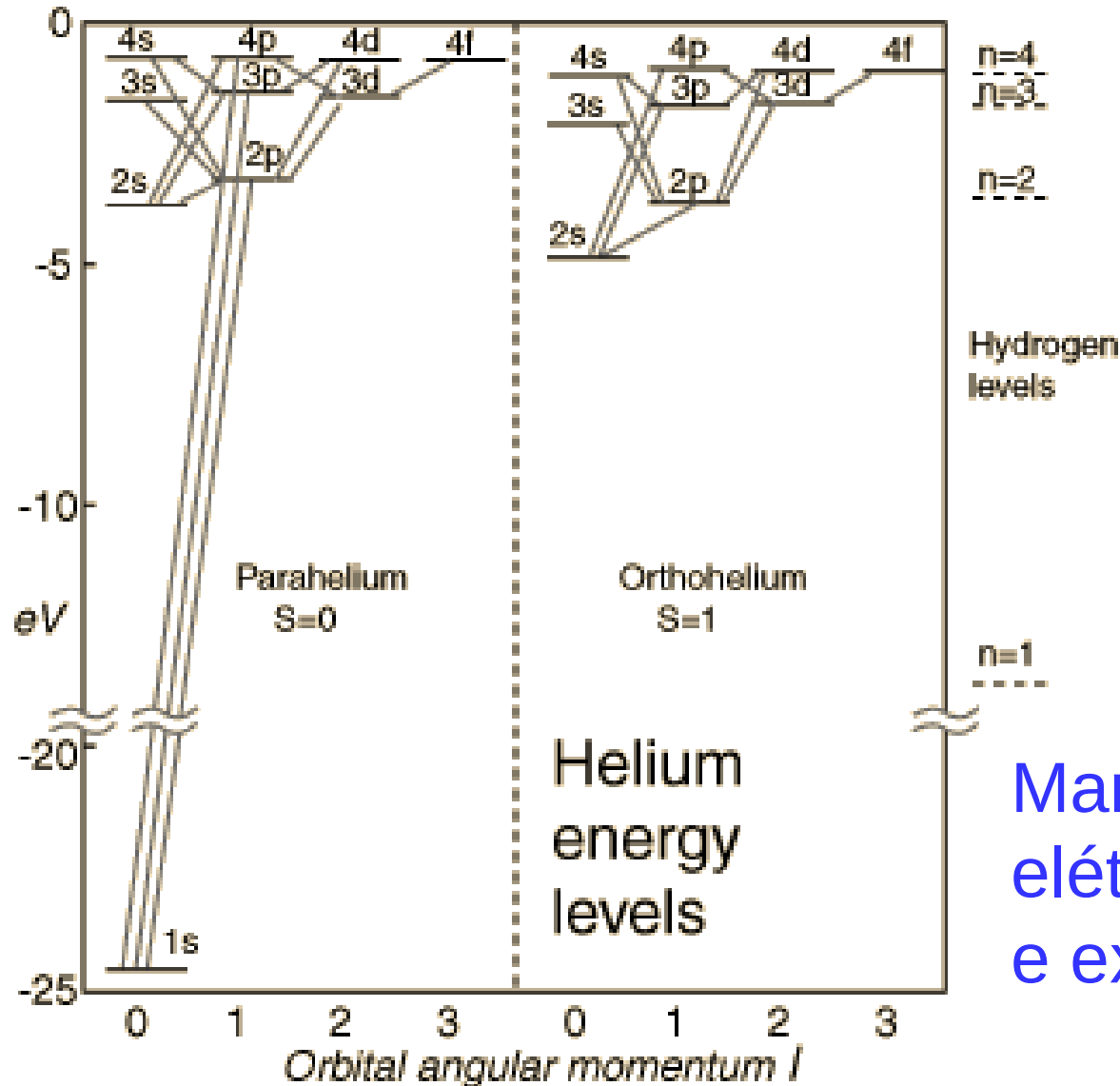
Mas como chegamos aos resultados para os níveis de energia?
Um primeiro exemplo: átomo de hélio (dois elétrons, $Z=2$)



Mas como é que se chega a esses resultados para os níveis?
Um exemplo : átomo de hélio



Usa-se representar apenas os estados do “último” elétron. Por exemplo, para um átomo de hélio....



Mantemos sempre um elétron no estado $1s$ e excitamos o outro....

Voltando uma vez mais:
a equação de Schrödinger
(independente do tempo).....

$$\sum_{i=1}^Z \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 \Psi - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_i} \Psi \right) + \sum_{i>j} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \Psi = E\Psi$$

$$\text{com } E = E_1 + E_2 + \dots + E_Z$$

Ψ é uma função de $Z \times 3$ variáveis, que satisfaz a equação acima....
Precisamos ser inteligentes para resolver ... Ou ter um bom computador...
Ou melhor ainda, os dois, simultaneamente....

Nós procuramos por uma forma da energia potencial para o átomo com mais de um elétron que **aproxime** a forma exata, mas que nos permita ainda separar a Ψ em um produto de funções, cada uma descrevendo um elétron:

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_Z) = \psi(\vec{r}_1)\psi(\vec{r}_2)\psi(\vec{r}_3) \dots \psi(\vec{r}_Z)$$

Para conseguir isso, aproximamos a energia potencial por uma energia potencial que seja dependente apenas de r_i !

***Aí dá para resolver...
(mas os estados que a gente encontra
não são degenerados como eram para o H)***

Para um elétron encontraremos as soluções ψ_i , admitindo que o elétron se encontre em um potencial efetivo $U_{efetivo}$ que é devido ao núcleo do átomo e aos outros $Z-1$ elétrons:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 \psi_i(\vec{r}_i) - U_{efetivo}(r_i) \psi_i(\vec{r}_i) \right) = E_i \psi_i(\vec{r}_i)$$

A parte radial resultará **diferente** e parte angular, **igual** às do H !!!

Aplicação do princípio de exclusão de Pauli

tabela periódica dos elementos

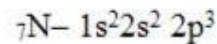
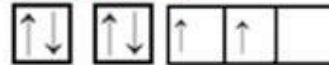
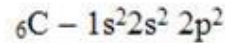
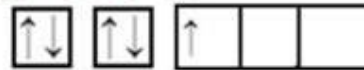
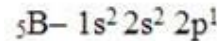
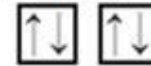
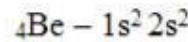
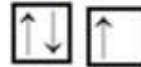
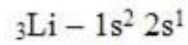
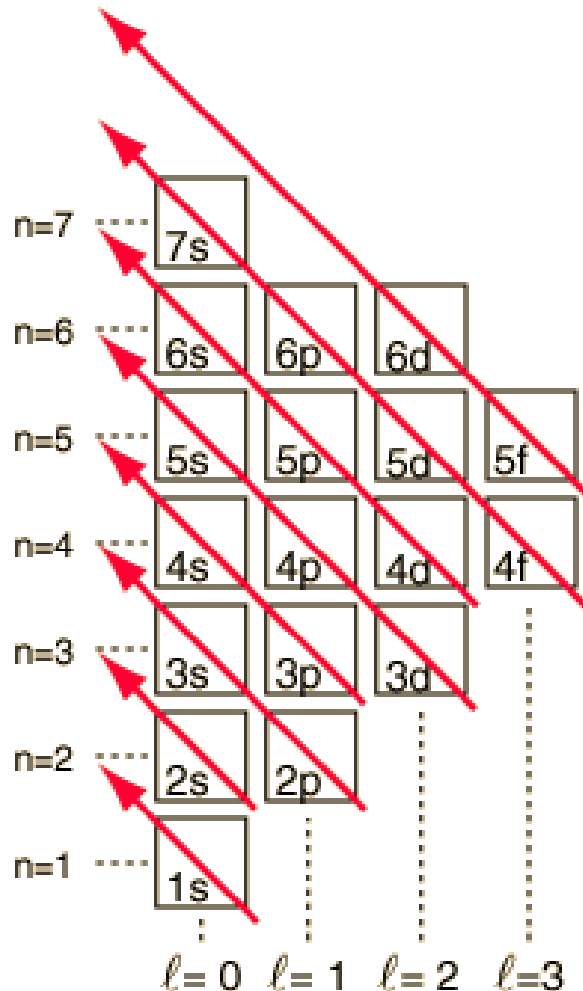
estado	número quântico principal	número quântico orbital	número quântico magnético	número quântico de spin	número máximo de elétrons
1s	1	0	0	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	2
2s	2	0	0	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	2
2p	2	1	-1, 0, +1	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	6
3s	3	0	0	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	2
3p	3	1	-1, 0, +1	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	6
3d	3	2	-2, -1, 0, 1, 2	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	10

} 8

} 18

Construção da tabela periódica: (ordem de preenchimento com elétrons)

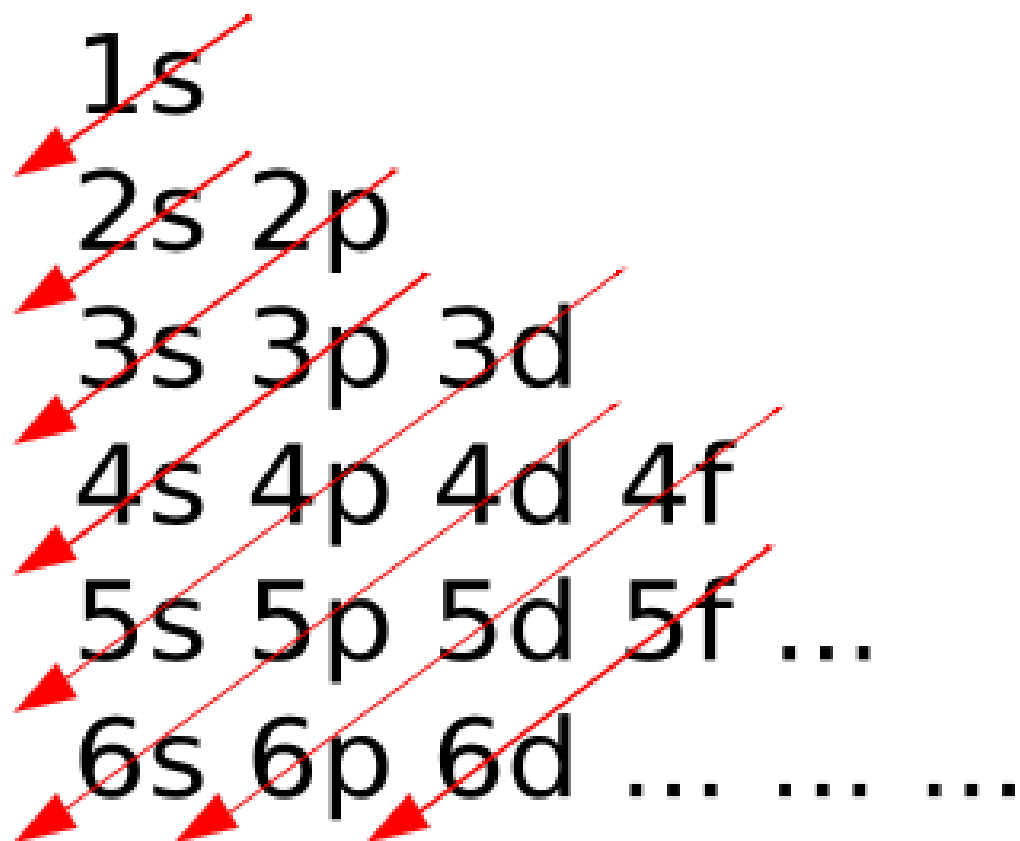
Exemplos:



• Em átomos multi-eletrônicos, elétrons com número quântico orbital mais baixo terão energia menor, por estarem mais próximos ao núcleo e sofrerem menos blindagem dos demais elétrons.

• Existem algumas exceções, como por exemplo Cr, Cu, Mo, Ag (alguns níveis 3d são preenchidos antes do nível 4s)

Você pode ter visto assim..



A diagram showing the sequence of atomic orbitals filled in order of increasing energy. The orbitals are arranged in rows, and red arrows point to each orbital in the sequence. The sequence is: 1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 3d, 4s, 4p, 4d, 4f, 5s, 5p, 5d, 5f, 6s, 6p, 6d, and then three sets of ellipses.

1s					
2s	2p				
3s	3p	3d			
4s	4p	4d	4f		
5s	5p	5d	5f	...	
6s	6p	6d	...	...	...

A tabela periódica dos elementos

Periodic table of the elements

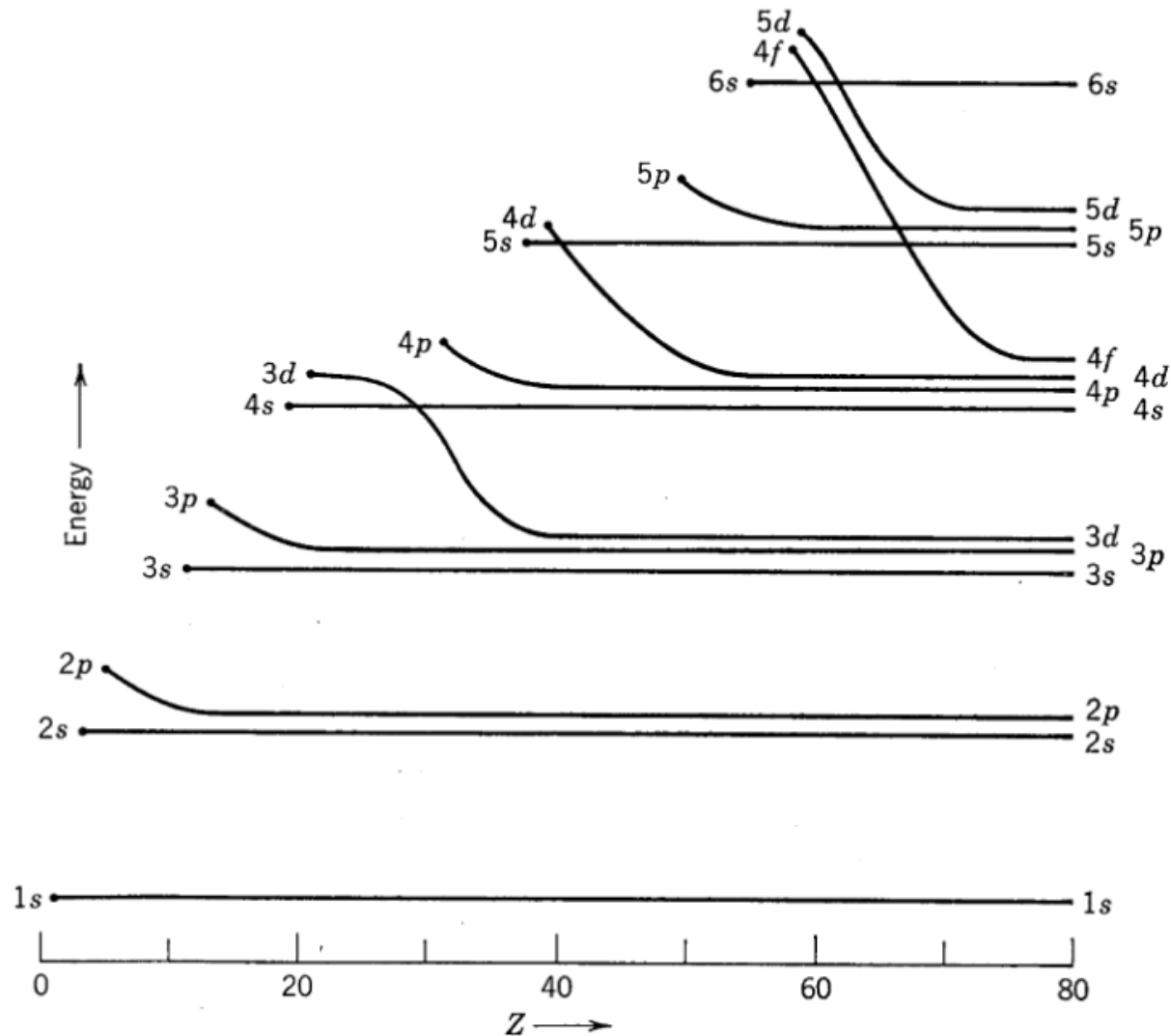
group 1*	2											13	14	15	16	17	18
Ia**	IIa											IIIa	IVa	Va	VIa	VIIa	0
1 H												5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
2 Li	4 Be											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
3 Na	12 Mg	3 IIIb	4 IVb	5 Vb	6 VIb	7 VIIb	8 VIIIb	9 VIIIb	10 VIIIb	11 Ib	12 IIb	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
4 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
5 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
6 Cs	56 Ba	57 La	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	113 *** (Uut)	114 *** (Uuq)	115 *** (Uup)	116 *** (Uuh)		
7 Fr	88 Ra	89 Ac	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 *** (Uub)						
lanthanide series		58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu		
actinide series		90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr		

* Numbering system adopted by the International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC).

** Numbering system widely used, especially in the U.S., from the mid-20th century.

*** Discoveries of elements 112–116 are claimed but not confirmed. Element names and symbols in parentheses are temporarily assigned by IUPAC.

Porém,o ordenamento dos níveis de energia muda ao longo do preenchimento



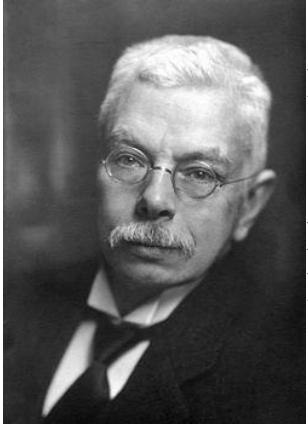
Exemplo: sódio ($Z = 11$)

Estado fundamental: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$

Estados excitados:

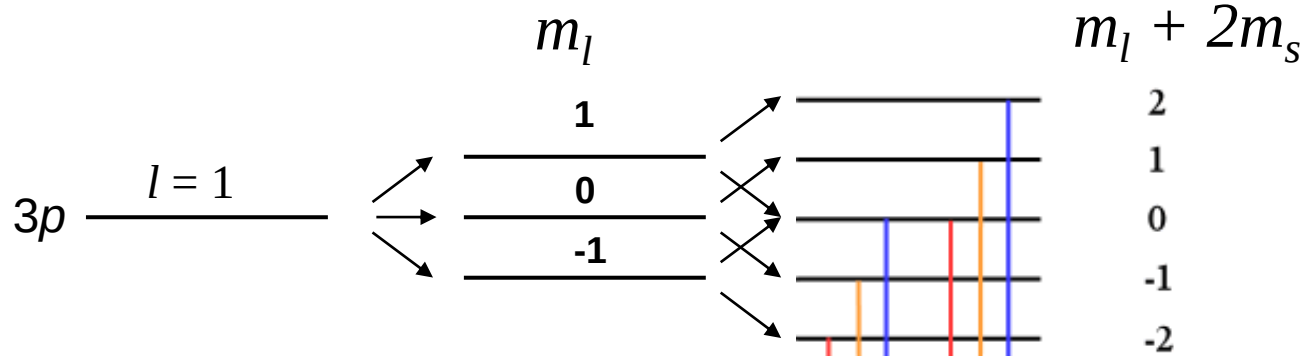
- $1s^2 2s^2 2p^6 3p^1$
- $1s^2 2s^2 2p^6 3d^1$
- $1s^2 2s^2 2p^5 3s^2$
- E por que não $1s^1 2s^2 2p^6 3s^2$?
- E se fôr $1s^1 2s^2 2p^6 3s^1$? O que aconteceu?

Interação com campo B externo: Efeito Zeeman



Pieter
Zeeman
1865 – 1943
Nobel de
Física: 1902

(Ex.: Linhas espectrais do sódio)



$$\Delta E \sim 10^{-4} \text{ eV, se } B_z \sim 2 \text{ T}$$

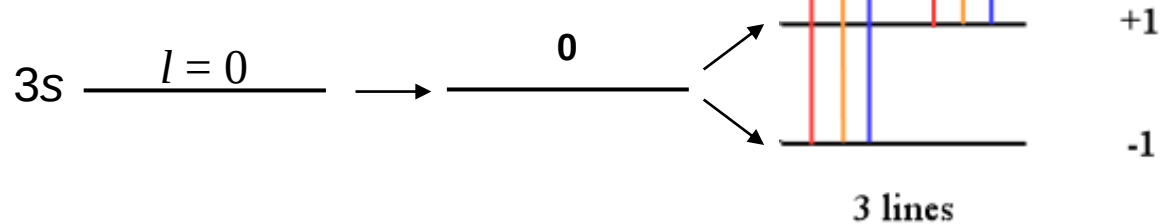
$$\Delta E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z B_z = (m_l + 2m_s)\mu_B B_z$$

símbolo	valores
n	1,2,3,...
l	0,...,n-1
m_l	-l,...,l

Regras de seleção

$$\Delta l = \pm 1$$

$$\Delta m_l = 0, \pm 1$$

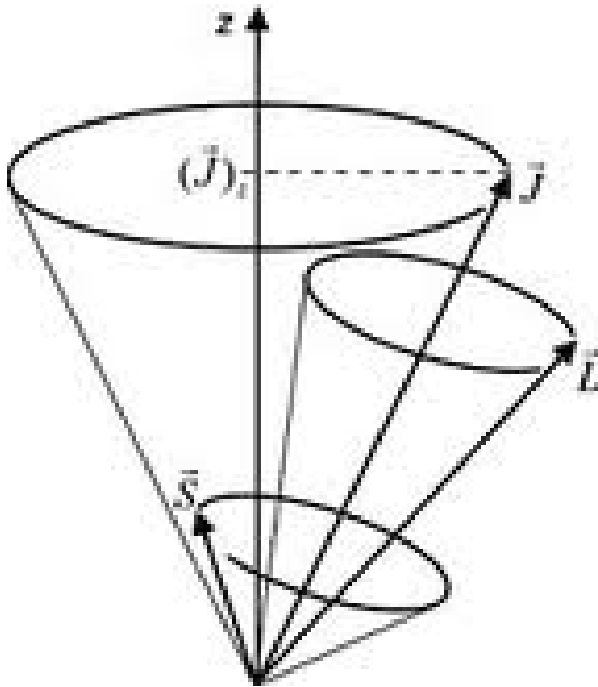


Acoplamento Spin-Órbita ($S \cdot L$) deve ser levado em conta...

Há outros efeitos que podem
ser considerados....

Mas o tratamento deles está fora do nível de Física IV.

Momento angular total dos átomos



$$\vec{J}_{total} = \sum \vec{L}_i + \sum \vec{S}_i$$

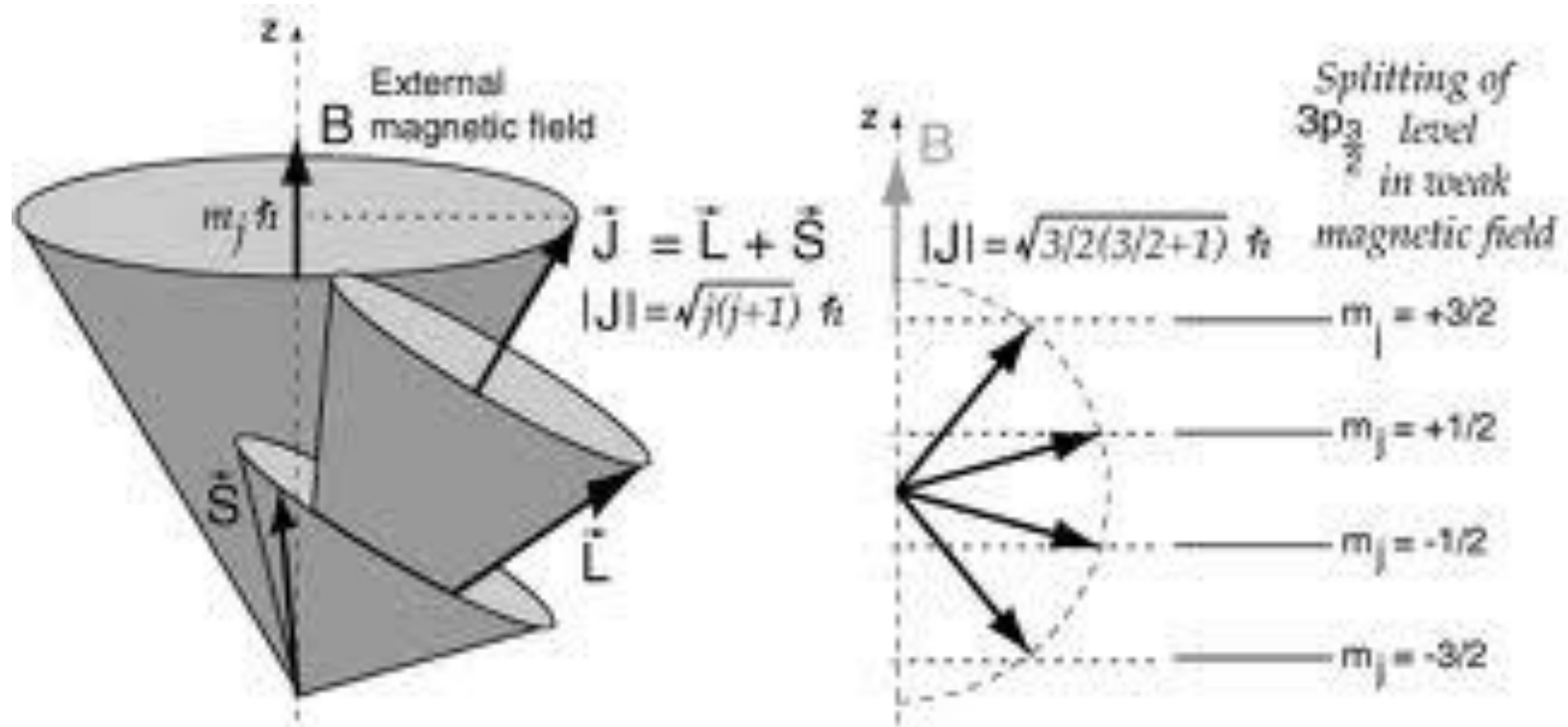
Para somarmos os dois momentos angulares há algumas regras, que dependem do Z do átomo

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$$|\vec{J}| = \sqrt{j(j+1)}\hbar$$

$$J_z = m_j \hbar$$

Um exemplo.....



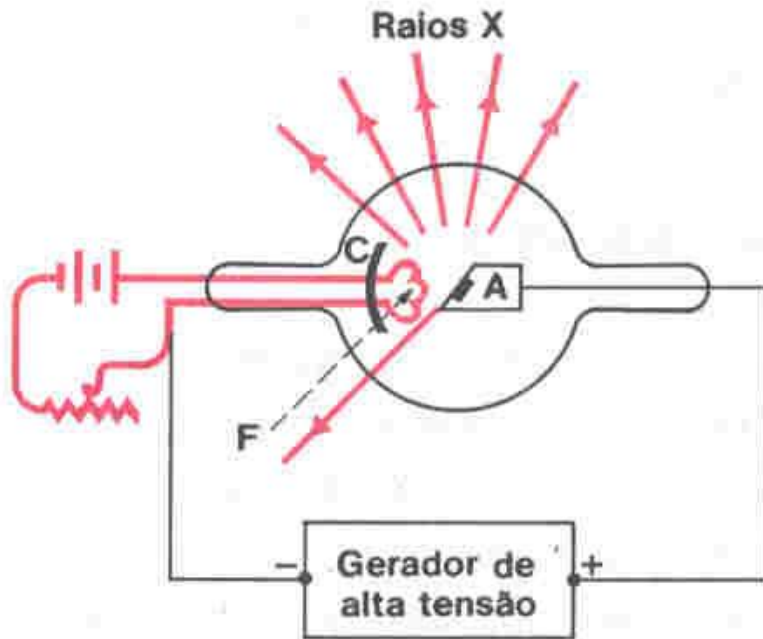
E se...arrancarmos um
elétron de um átomo??

O que pode acontecer???

Emissão de fótons na faixa de raios X

Ocorrerá emissão de:

- um espectro **contínuo**,
- um espectro **discreto**,
que dependerá da
composição do ânodo
(ou seja, característico
do Z do elemento que
compõe o ânodo).

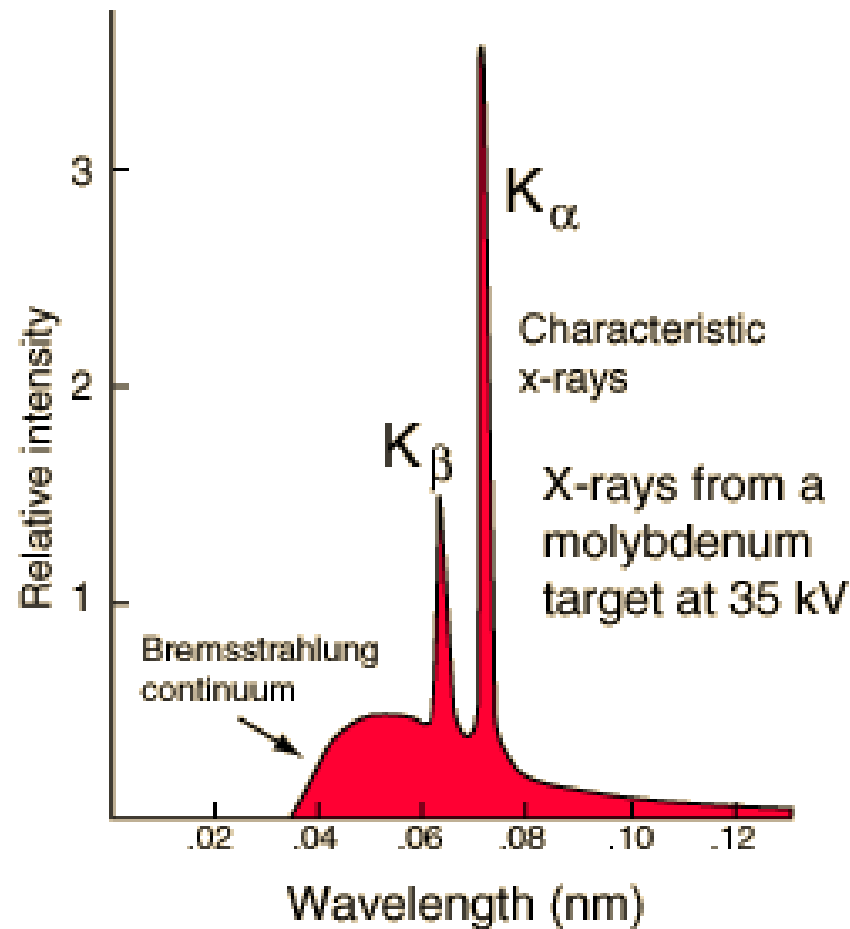


C : cátodo

A : ânodo

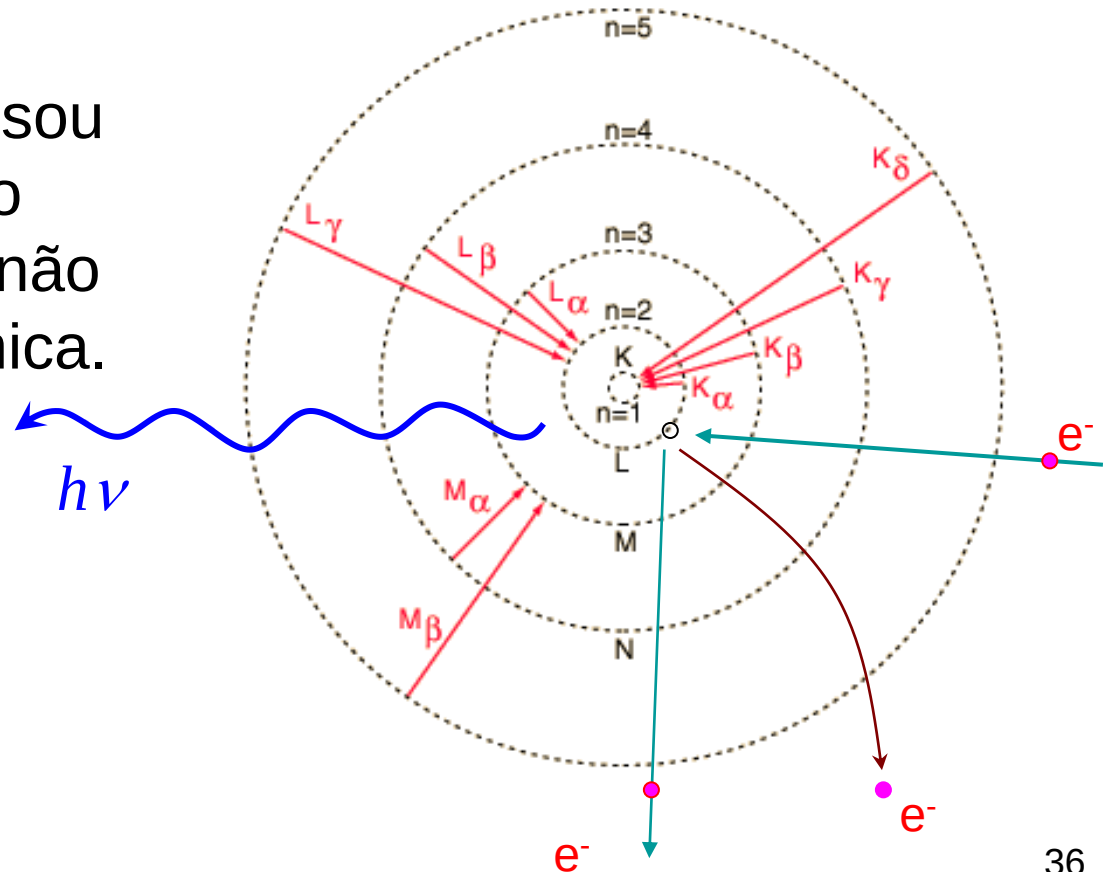
F: filamento

Exemplo: espectro do molibdênio



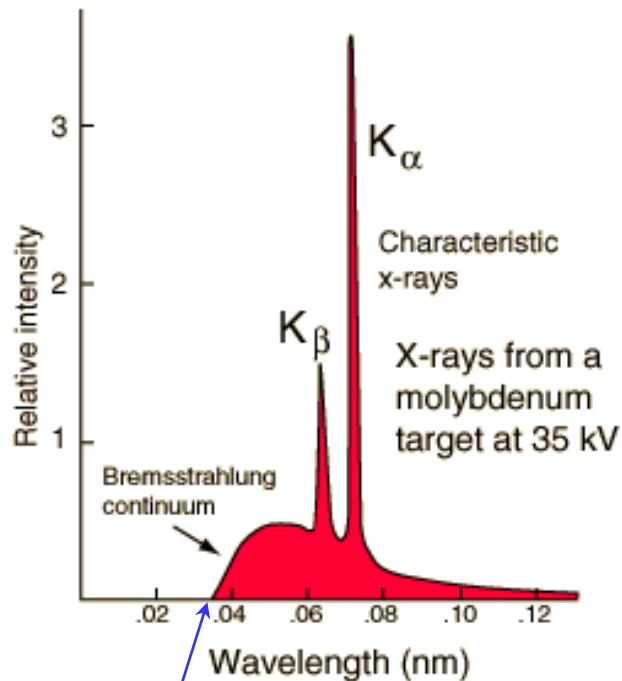
Espectro de raios X discreto

- As linhas de emissão de raios X discretas dependem do elemento químico (de Z).
- A tabela periódica passou a ser determinada pelo número atômico (Z) e não mais pela massa atômica.



Espectro de Raios X contínuo

Ex: molibdênio a 35 kV



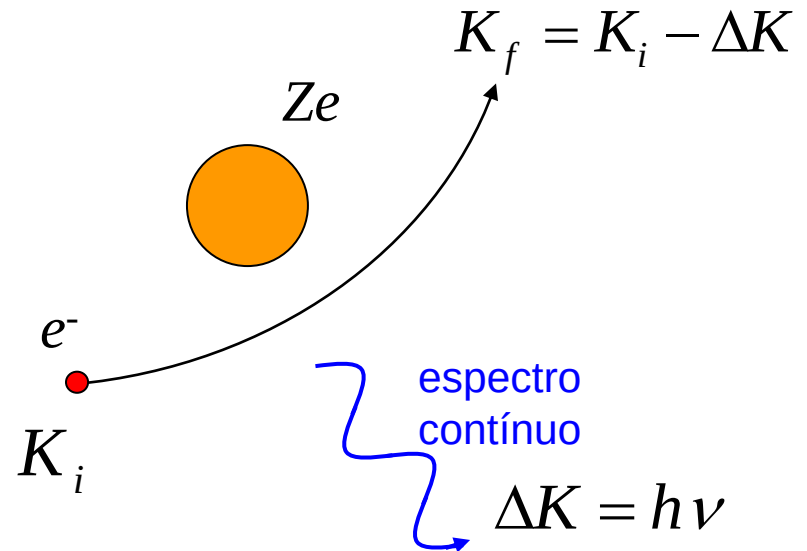
$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{K_{\max}} \approx \frac{1240 \text{ eV nm}}{35 \times 10^3 \text{ eV}}$$

$$\lambda_{\min} \approx 0.035 \text{ nm}$$

Espectro contínuo



Só depende da
energia do e^- incidente



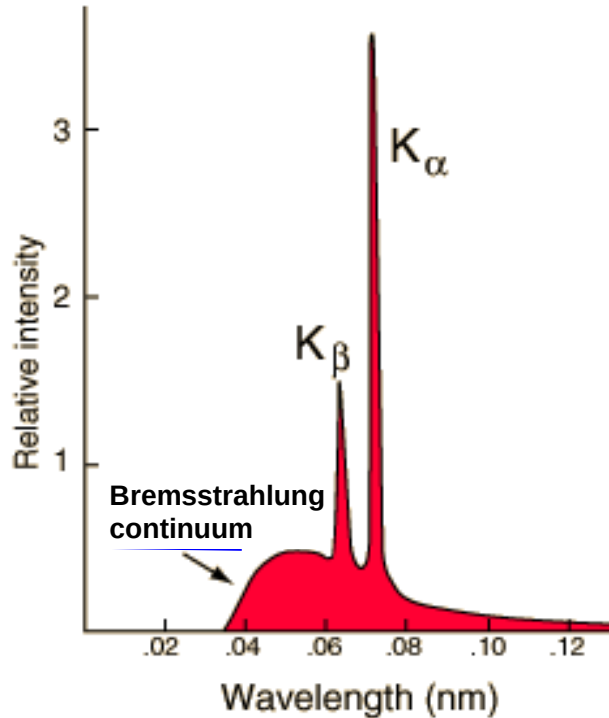
Se $K_f = 0$:

$$K_i = h\nu_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{K_i}$$

Espectro de Raios X

Ex: molibdênio a 35 kV



Espectro contínuo

+

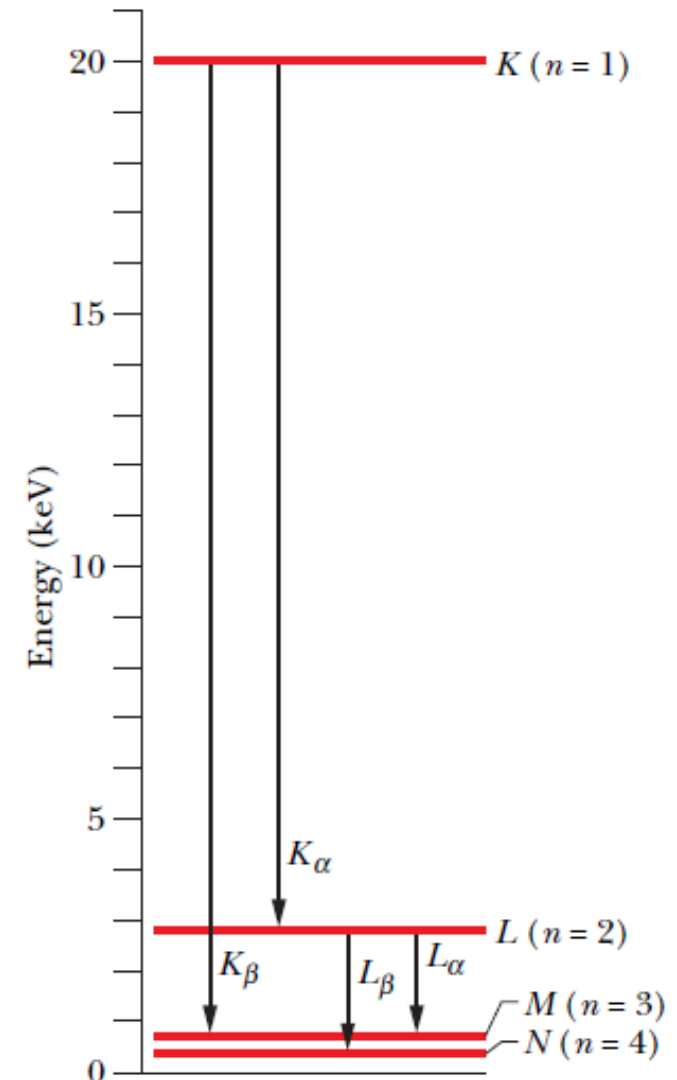
Linhas discretas
(espectro característico)



Só depende da energia
do e^- incidente



Dependem do alvo e
energia do e^- incidente



Energia **positiva** de
"buracos" (ausência
de elétrons)

Gráfico de Moseley

- Do modelo de Bohr:

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2} eV$$

$$\nu_{n \rightarrow n'} = \frac{[(Z-1)e]^2 (-e)^2 m}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

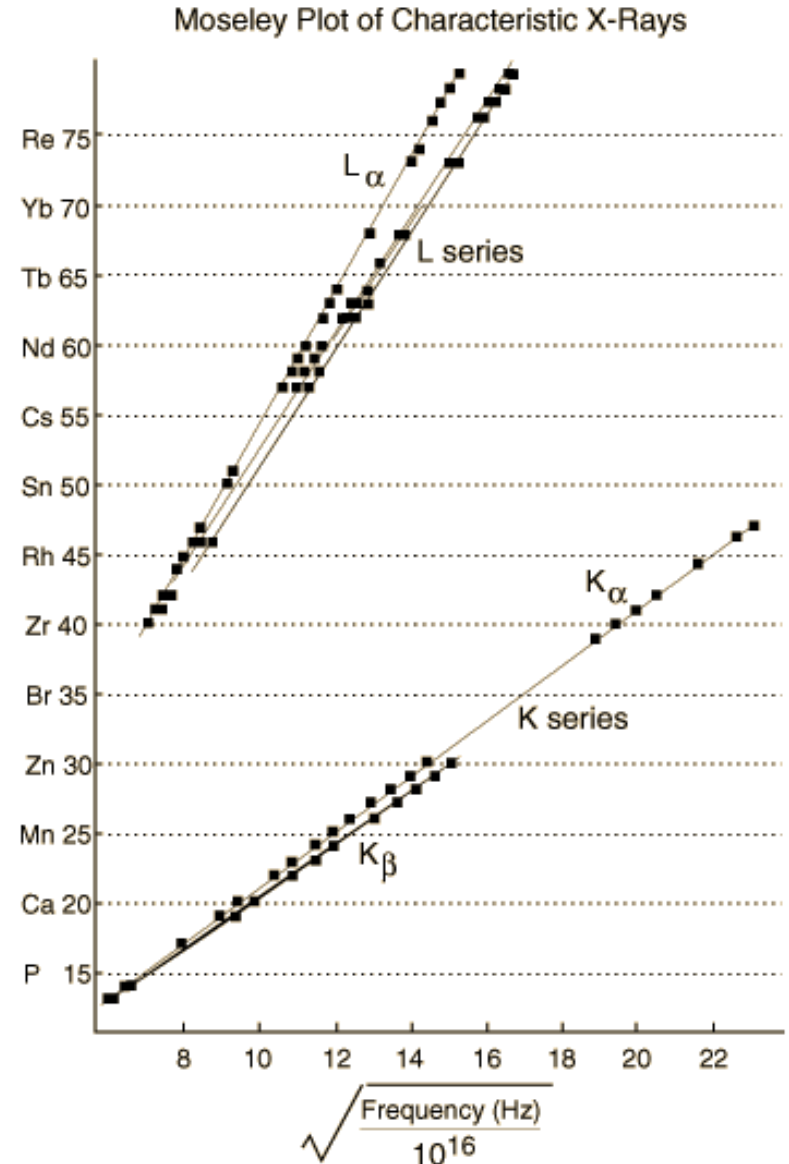
$Z \rightarrow (Z-1)$ (blindagem)

- Para a linha K_α :

$$n' = n_1 = 1 \quad \text{e} \quad n = n_2 = 2$$

$$\nu_{n \rightarrow n'} = \frac{13,6(Z-1)^2}{h} \left(1 - \frac{1}{4} \right)$$

$$(Z-1) \approx 2 \left(\frac{\nu}{10^{16}} \right)^{1/2}$$



Adapted from Moseley's original data (H. G. J. Moseley, Philos. Mag. (6) 27:703, 1914)

Resumo da aula:

- Vimos o tratamento quântico de átomos com mais de um elétron;
- Vimos um exemplo: níveis de energia para o He **sem** e **com** interação entre os elétrons;
- Os quatro números quânticos de cada elétron;
- As energias dos estados **não** seguem mais uma expressão simples e **dependem** de ***n*** e de ***l*** ;
- A emissão de raios-X: espectro discreto e contínuo.

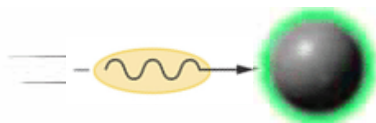
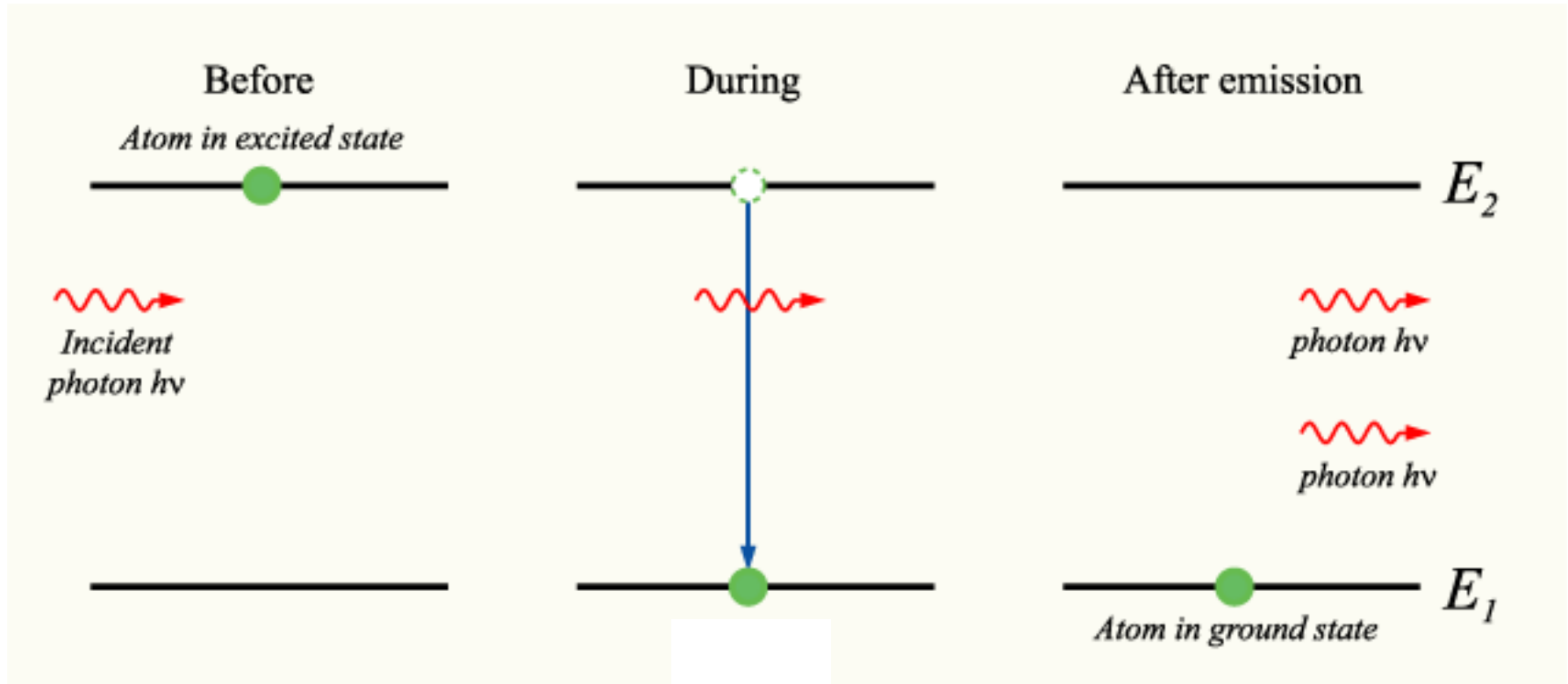
Lasers

Propriedades:

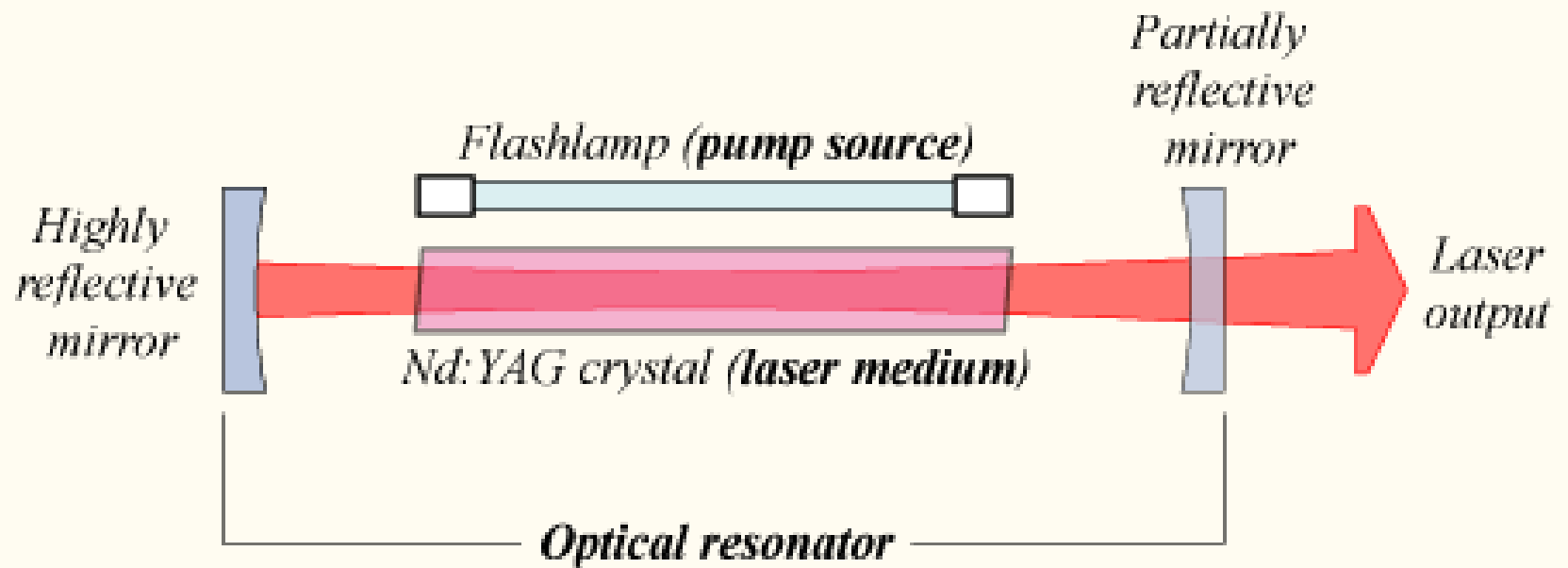
- Luz altamente monocromática: $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 10^{-15}$ vs. $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 10^{-6}$ para descarga num gás
- Luz altamente coerente: $\xi \approx 10^2 \text{ km}$ vs. $\xi \approx 1 \text{ m}$ para descarga num gás (onde ξ é a distância de coerência)
- Luz altamente colimada: diâmetro do foco de alguns metros, projetado na Lua!
- Luz precisamente focalizável: divergência limitada pela difração

Lasers

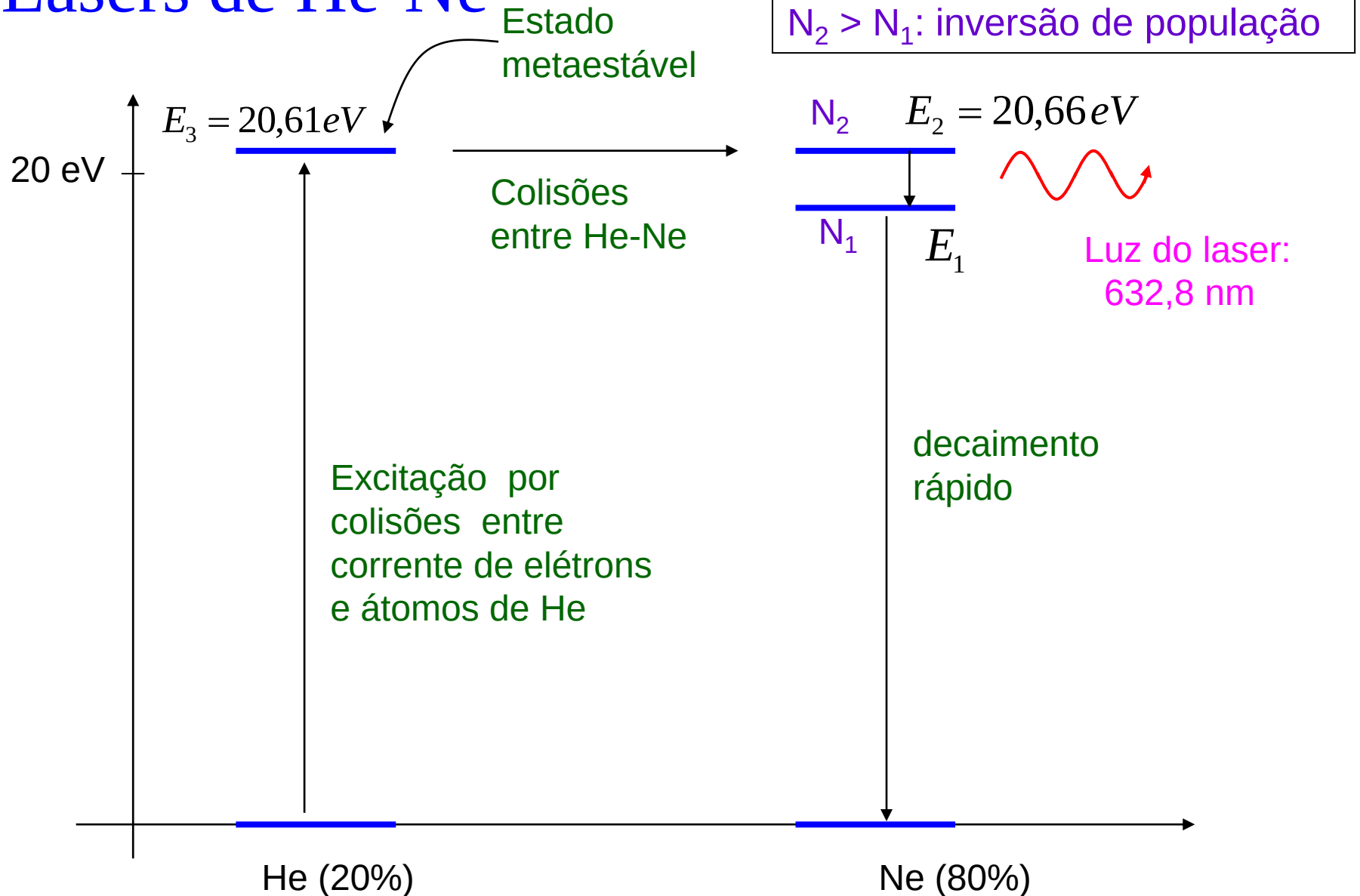
<http://www.colorado.edu/physics/2000/lasers/index.html>



Nd:YAG solid-state laser



Lasers de He-Ne



Problema 40.28

Suponha que existam dois elétrons no mesmo átomo, ambos com $n=2$ e $l=1$. (a) Quantos estados são possíveis para estes dois elétrons? (Não se esqueça de que não existe nenhuma diferença entre os dois elétrons.) (b) Se o princípio de exclusão de Pauli não existisse, quantos estados seriam possíveis?

$$m_l = -1, 0, 1$$

$$n = 2; l = 1$$

$2l+1$ valores de m_l :

$$2 \cdot 1 + 1 = 3 \text{ valores de } m_l$$

$$2 \text{ valores de } m_s: +1/2 -1/2$$

6 estados possíveis para cada elétron!!

m_l	1	1	0	0	-1	-1
m_s	+1/2	-1/2	+1/2	-1/2	+1/2	-1/2

$$C_{m,n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

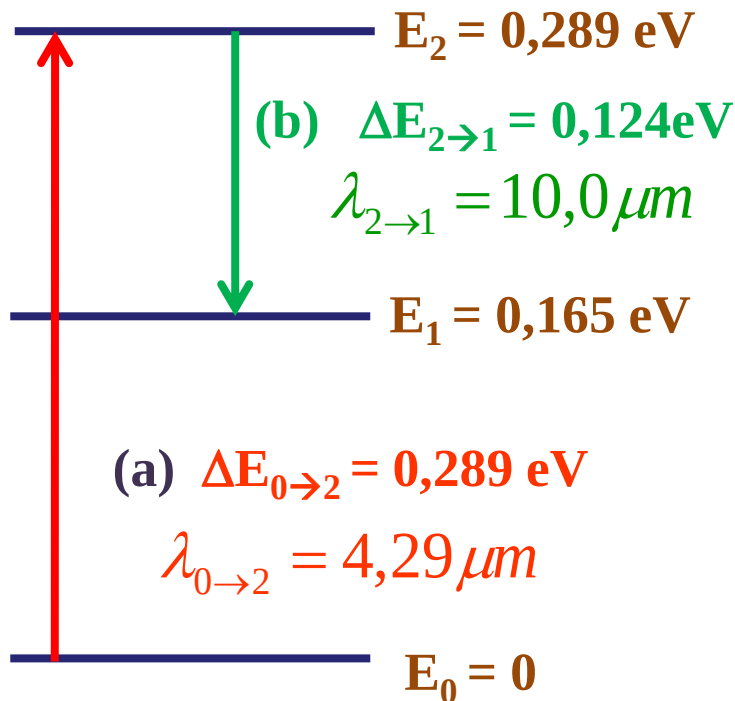
Combinação de 6 dois a dois!!
A ordem não importa! → sem repetição

Sistema de 2 elétrons!

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2! 4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{2 \cdot 1 \cdot 4!}$$

Laser de CO₂ marciano. Quando a luz solar banha a atmosfera de Marte, as moléculas de dióxido de carbono a uma altitude de aproximadamente 75 km se comportam como o meio ativo de um laser. Os níveis de energia envolvidos aparecem na Fig. Acontece uma inversão de população entre os níveis E₂ e E₁.
(a) Que comprimento de onda da luz solar excita as moléculas para o nível E₂?
(b) Qual é o comprimento de onda da luz emitida pelo laser? **(c)** Em que região do espectro eletromagnético estão os comprimentos de onda calculados em (a) e (b)?

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$



$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E_{2 \rightarrow 1}} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{0,124 \text{ eV}} = 10000 \text{ nm} = 10,0 \mu\text{m}$$

(c) Ambos no Infravermelho (IV)

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E_{0 \rightarrow 2}} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{0,289 \text{ eV}} = 4290 \text{ nm} = 4,29 \mu\text{m}$$

Problema 40.28

Outra abordagem!!!

Suponha que existam dois elétrons no mesmo átomo, ambos com $n=2$ e $l=1$. (a) Quantos estados são possíveis para estes dois elétrons? (Não se esqueça de que não existe nenhuma diferença entre os dois elétrons.) (b) Se o princípio de exclusão de Pauli não existisse, quantos estados seriam possíveis?

$$\begin{array}{lll}
 n = 2; \quad l = 1 & 2l+1 \text{ valores de } m_l: & m_l = -1, 0, 1 \\
 & 2 \cdot 1 + 1 = 3 \text{ valores de } m_l & 2 \text{ valores de } m_s: +1/2 \text{ } -1/2
 \end{array}$$

Para o primeiro elétron, há **6** estados possíveis. Para o segundo, há **~~6~~-1=5** estados possíveis.

Estado já escolhido pelo elétron 1.

Sendo assim, temos **6 x 5 = 30** combinações (estados possíveis).

MAS...

Elétrons são indistinguíveis e contamos a mesma configuração duas vezes!

$$(m_{l_1}, m_{s_1}, m_{l_2}, m_{s_2})$$

$$\left(1, +\frac{1}{2}, -1, +\frac{1}{2}\right) = \left(-1, +\frac{1}{2}, 1, +\frac{1}{2}\right)$$

Temos que dividir por 2!!

$$\text{Número de estados disponíveis: } \frac{6 \times 5}{2} = 15 \text{ estados!!}$$

Problema 40.28

Ou simplesmente contando...

Suponha que existam dois elétrons no mesmo átomo, ambos com $n=2$ e $l=1$. (a) Quantos estados são possíveis para estes dois elétrons? (Não se esqueça de que não existe nenhuma diferença entre os dois elétrons.) (b) Se o princípio de exclusão de Pauli não existisse, quantos estados seriam possíveis?

$$n = 2; \quad l = 1$$

$$m_l = -1, 0, 1$$

2 valores de m_s : $+1/2$ $-1/2$

m_{l1}	m_{s1}	m_{l2}	m_{s2}
1	$+1/2$	1	$-1/2$
1	$+1/2$	0	$-1/2$
1	$+1/2$	0	$+1/2$
1	$+1/2$	-1	$+1/2$
1	$+1/2$	-1	$-1/2$

9 estados

m_{l1}	m_{s1}	m_{l2}	m_{s2}
0	$+1/2$	0	$-1/2$
0	$+1/2$	-1	$+1/2$
0	$+1/2$	-1	$-1/2$

6 estados

Total: 15 estados!

Sem exclusão de Pauli:

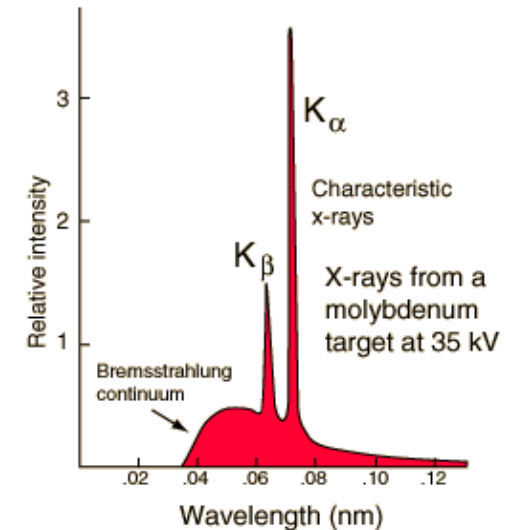
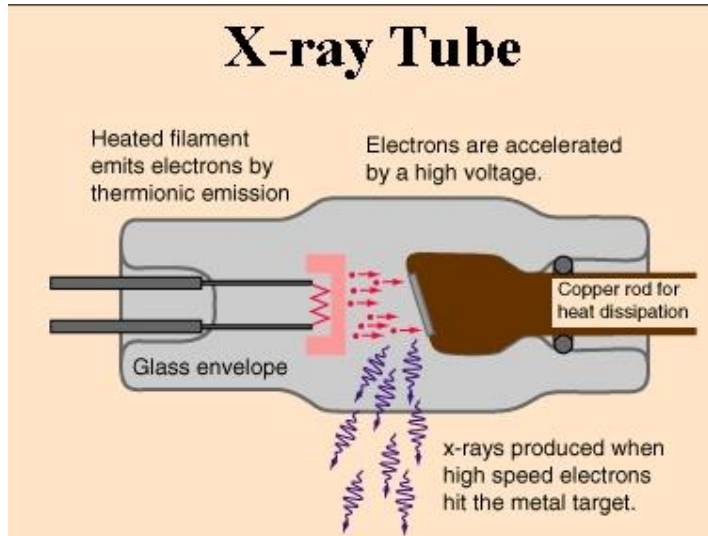
m_{l1}	m_{s1}	m_{l2}	m_{s2}
1	$+1/2$	1	$+1/2$
1	$-1/2$	1	$-1/2$
0	$+1/2$	0	$+1/2$
0	$-1/2$	0	$-1/2$
-1	$+1/2$	-1	$+1/2$
-1	$+1/2$	-1	$-1/2$

48

6 estados extras!!

Problema 40.36

Quando um alvo de molibdênio é bombardeado com elétrons, são produzidos um espectro contínuo e um espectro característico de raios X, como na Fig 40.14. Na figura, a energia cinética dos elétrons incidentes é 35 keV. Se o potencial de aceleração dos elétrons é aumentado para 50keV, (a) determine o valor médio de $\lambda_{\min}$; (b) os comprimentos de onda das linhas K_{α} e K_{β} aumentam, diminuem ou continuam os mesmos?

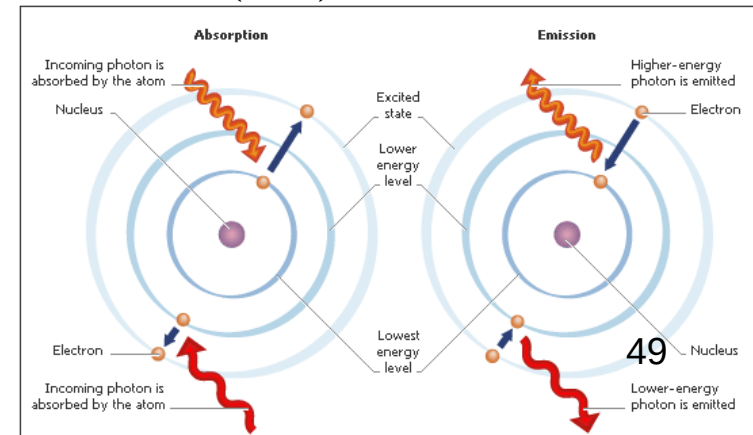
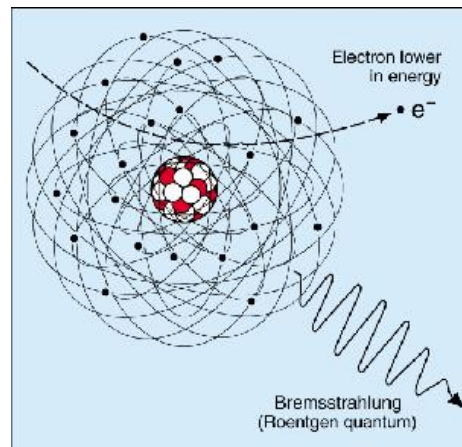


1 - Bremsstrahlung (Contínuo);

2 – Raias (linhas) características

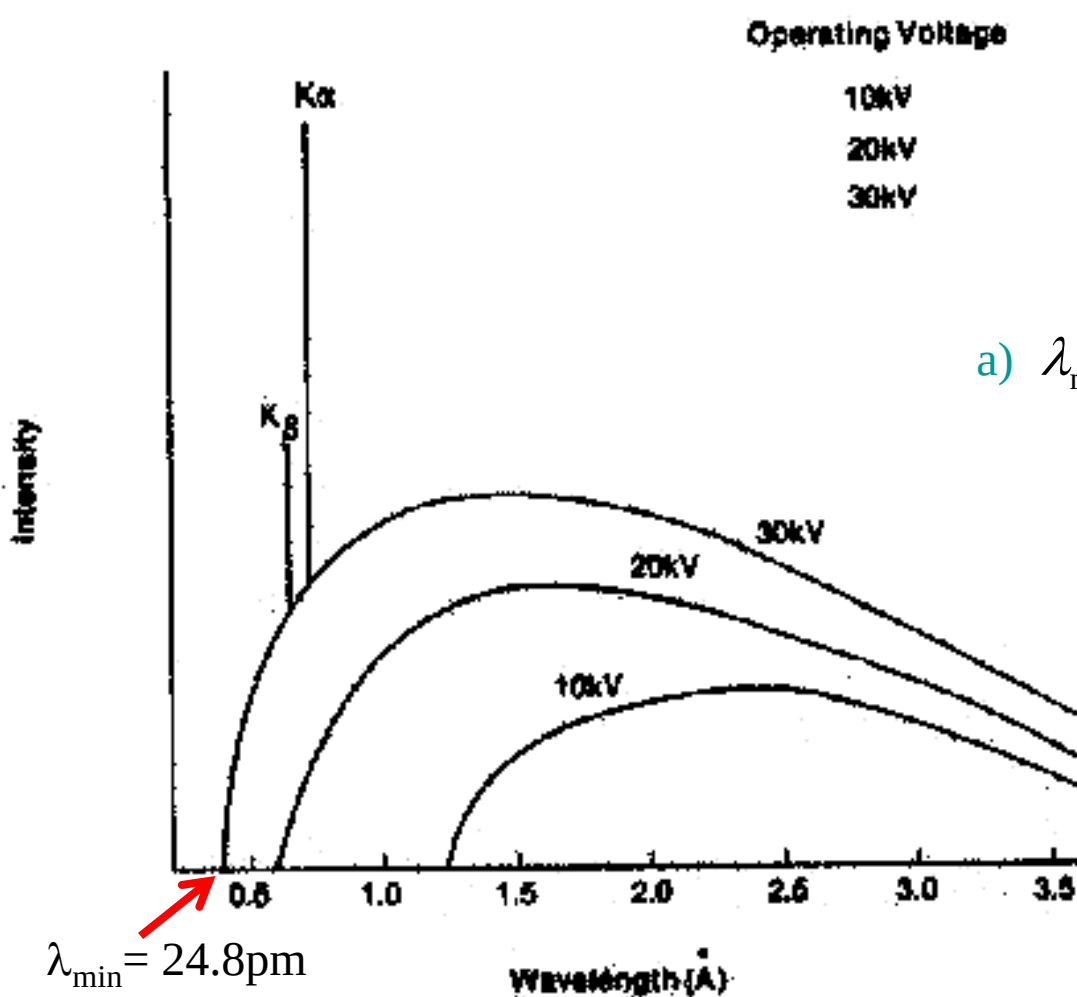
Espectro de raios X:

- 1 - Bremsstrahlung (Contínuo);
- 2 – Raias (linhas) características



Problema 40.36

Quando um alvo de molibdênio é bombardeado com elétrons, são produzidos um espectro contínuo e um espectro característico de raios X, como na Fig 40.14. Na figura, a energia cinética dos elétrons incidentes é 35 keV. Se o potencial de aceleração dos elétrons é aumentado para 50keV, (a) determine o valor médio de $\lambda_{\min}$; (b) os comprimentos de onda das linhas K_{α} e K_{β} aumentam, diminuem ou continuam os mesmos?



$\lambda_{\min}$

1.24 Å

0.62 Å

0.41 Å

$$E_{\text{fóton+energético}} = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$$

$$\text{a) } \lambda_{\min} = \frac{hc}{E_{\text{fóton+energético}}} = \frac{hc}{E_{\text{elétron+energético}}} =$$

$$= \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{50 \times 10^3 \text{ eV}} = 0.0248 \text{ nm}$$

b) Não são afetados, pois não dependem da excitação externa.

Problema 40.9 (Halliday, 7ª edição)

Um elétron de um átomo se encontra em um estado com $\ell = 3$. Determine:

(a) o módulo de $\vec{L}$; $L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar = \sqrt{3(3+1)}\hbar = 2\sqrt{3}\hbar \approx 3,46\hbar$

(b) o módulo de $\vec{\mu}$;

$$\mu_{orb} = \frac{e}{2m} L = \frac{e}{2m} \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar = \sqrt{\ell(\ell+1)} \mu_B = 2\sqrt{3} \mu_B = 3,46 \mu_B$$

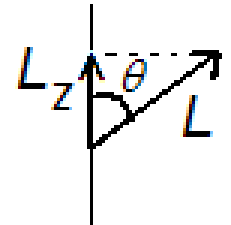
(c) o maior valor possível de m_ℓ ; como: $-\ell \leq m_\ell \leq \ell \rightarrow m_\ell = \ell = 3$

(d) o valor correspondente de L_z ; $L_z = m_\ell \hbar = 3\hbar$

(e) o valor correspondente de $\mu_{orb,z}$; $\mu_{orb,z} = -m_\ell \mu_B = -3\mu_B$

(f) o valor do ângulo semiclássico θ entre as direções de L_z e $\vec{L}$;

$$\cos \theta = L_z / L = \frac{m_\ell \hbar}{\sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar} = \frac{m_\ell}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} = \frac{3}{\sqrt{3(3+1)}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



(g) valor de θ para o segundo maior valor possível de m_ℓ ;

$$\ell = 3 \text{ e } m_\ell = 2 \quad ; \quad \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{3(3+1)}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \theta \approx 54.7^\circ$$

(h) valor de θ para o menor valor possível (o mais negativo) de m_ℓ ;

$$\ell = 3 \text{ e } m_\ell = -3 \quad ; \quad \cos \theta = \frac{-3}{\sqrt{3(3+1)}} = \frac{-3}{2\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \rightarrow \theta = 150^\circ$$

Problema 40.12 (7ª edição):

Suponha que no experimento de Stern-Gerlach executado com átomos neutros de prata o campo magnético tenha um módulo de 0,50 T.

(a) Qual é a diferença de energia entre os átomos de prata nos dois subfeixes?

$$\Delta E = U_{\uparrow} - U_{\downarrow} = 2\mu_B B = \frac{2(9,28 \times 10^{-24} \text{ J/T})(0,50 \text{ T})}{1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 58 \mu\text{eV}$$

(b) Qual é a frequência da radiação que induziria transições entre estes dois estados?

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{9,28 \times 10^{-24} \text{ J}}{6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}} = 1,40 \times 10^{10} \text{ Hz} = 14 \text{ GHz}$$

(c) Qual é o comprimento de onda desta radiação?

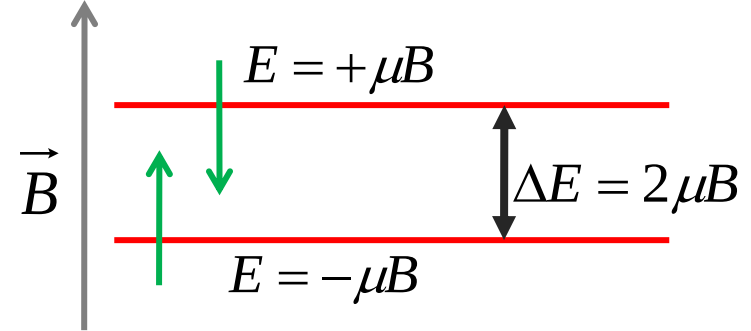
$$\lambda = \frac{c}{f} \approx \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{1,4 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}} \approx 2,1 \text{ cm}$$

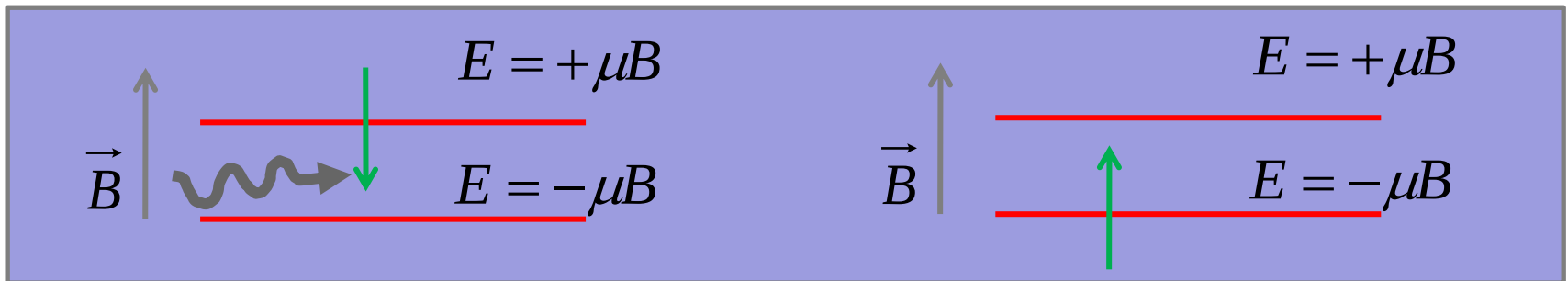
(d) Em que região do espectro eletromagnético está situada?

Micro-ondas.

Em um experimento de ressonância magnética nuclear, a frequência da fonte de RF é 34 MHz e a ressonância dos átomos de hidrogênio da amostra é observada quando a intensidade do campo magnético externo B_{ext} do eletroíma é 0,78T. Suponha que B_{int} e B_{ext} são paralelos e que a componente μ_z do momento magnético dos prótons é $1,41 \times 10^{-26}$ J/T. Qual é o módulo de B_{int} ?

$$B = B_{\text{int}} + B_{\text{ext}} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{hf}{2\mu}$$

$$\Delta E = hf = 2\mu B$$




$$B_{\text{int}} = \frac{hf}{2\mu} - B_{\text{ext}} = \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s})(34 \times 10^6 \text{ Hz})}{2(1,41 \times 10^{-26} \text{ J/T})} - 0,78 \text{ T} =$$

$$B_{\text{int}} = 0,799 \text{ T} - 0,78 \text{ T} = 0,019 \text{ T} = 19 \text{ mT}$$