

# Aula 12

*(quase)* Tudo sobre os átomos

Física Geral F-428

# Algumas propriedades atômicas:

- Átomos são estáveis (quase sempre);
- Os átomos podem ser agrupados em famílias (propriedades periódicas, com o número atômico);
- Átomos emitem e absorvem radiação eletromagnética com espectros discretos (não com qualquer  $\lambda$ );
- Os átomos possuem momento angular e magnético;
- Os átomos se combinam (como o fazem é bem descrito pela mecânica quântica).

# A tabela periódica dos elementos

Periodic table of the elements

group	<ul style="list-style-type: none"> <li><span style="display: inline-block; width: 15px; height: 15px; background-color: #FFDAB9; border: 1px solid black; margin-right: 5px;"></span> alkali metals</li> <li><span style="display: inline-block; width: 15px; height: 15px; background-color: #FFA07A; border: 1px solid black; margin-right: 5px;"></span> alkaline earth metals</li> <li><span style="display: inline-block; width: 15px; height: 15px; background-color: #D8BFD8; border: 1px solid black; margin-right: 5px;"></span> transition metals</li> <li><span style="display: inline-block; width: 15px; height: 15px; background-color: #FFB6C1; border: 1px solid black; margin-right: 5px;"></span> other metals</li> <li><span style="display: inline-block; width: 15px; height: 15px; background-color: #FFDAB9; border: 1px solid black; margin-right: 5px;"></span> other nonmetals</li> <li><span style="display: inline-block; width: 15px; height: 15px; background-color: #90EE90; border: 1px solid black; margin-right: 5px;"></span> halogens</li> <li><span style="display: inline-block; width: 15px; height: 15px; background-color: #E0E0E0; border: 1px solid black; margin-right: 5px;"></span> noble gases</li> <li><span style="display: inline-block; width: 15px; height: 15px; background-color: #FFFF00; border: 1px solid black; margin-right: 5px;"></span> rare earth elements (21, 39, 57–71) lanthanide elements (57–71 only)</li> <li><span style="display: inline-block; width: 15px; height: 15px; background-color: #ADD8E6; border: 1px solid black; margin-right: 5px;"></span> actinide elements</li> </ul>																18
1 1*																	2 0
1 Ia**	2 IIa											13 IIIa	14 IVa	15 Va	16 VIa	17 VIIa	18 0
1 H												5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
2 3	4 IIa											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
2 Li	4 Be											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
3 11	12	3 IIIb	4 IVb	5 Vb	6 VIb	7 VIIb	8	9	10	11 Ib	12 IIb	13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
3 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
4 19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
4 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
5 37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
5 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
6 55	56	57	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86
6 Cs	56 Ba	57 La	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
7 87	88	89	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116		
7 Fr	88 Ra	89 Ac	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 *** (Uub)	113 *** (Uut)	114 *** (Uuq)	115 *** (Uup)	116 *** (Uuh)		
lanthanide series		6	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	
lanthanide series		6	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu	
actinide series		7	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	
actinide series		7	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr	

\* Numbering system adopted by the International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC).

\*\* Numbering system widely used, especially in the U.S., from the mid-20th century.

\*\*\* Discoveries of elements 112–116 are claimed but not confirmed. Element names and symbols in parentheses are temporarily assigned by IUPAC.



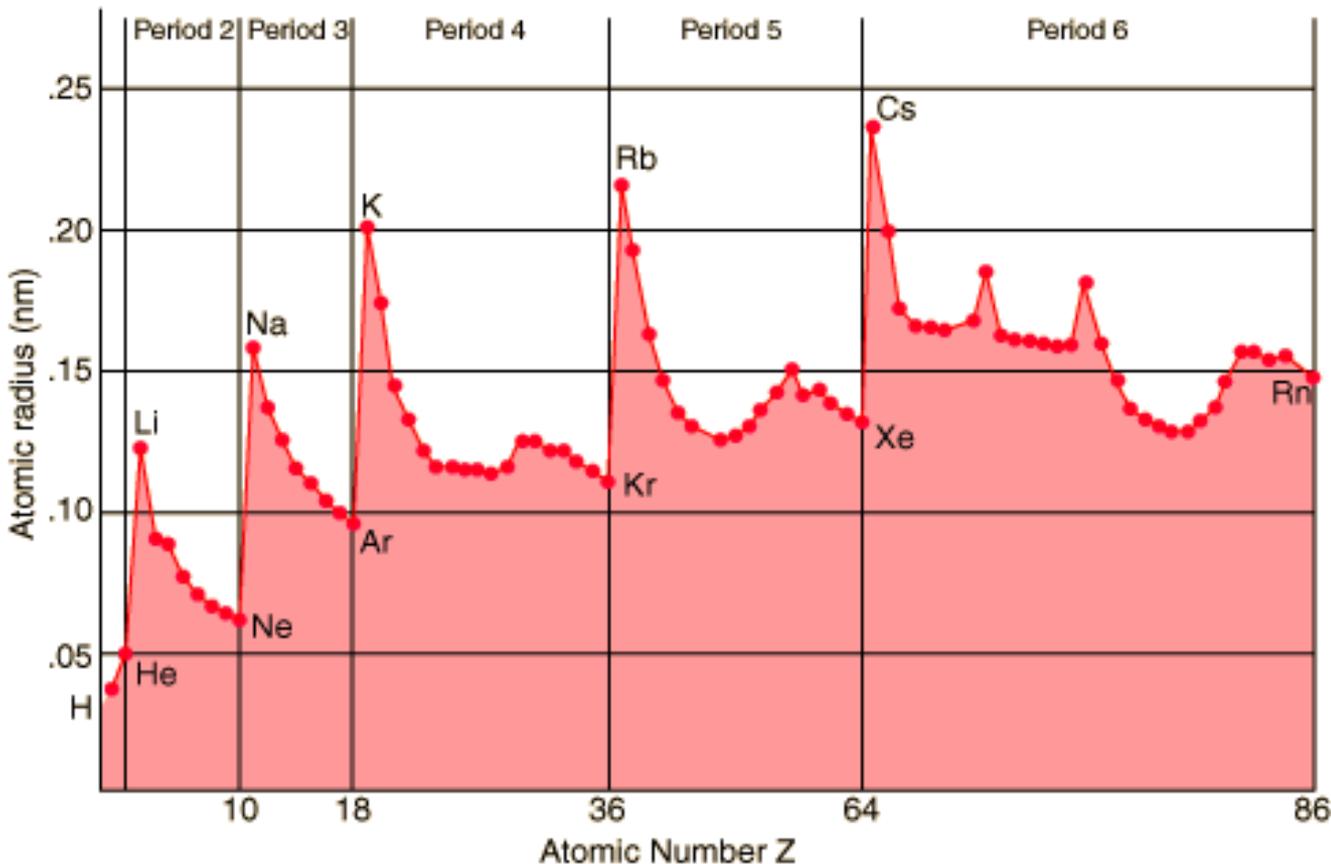
# Propriedades periódicas

→ raio atômico

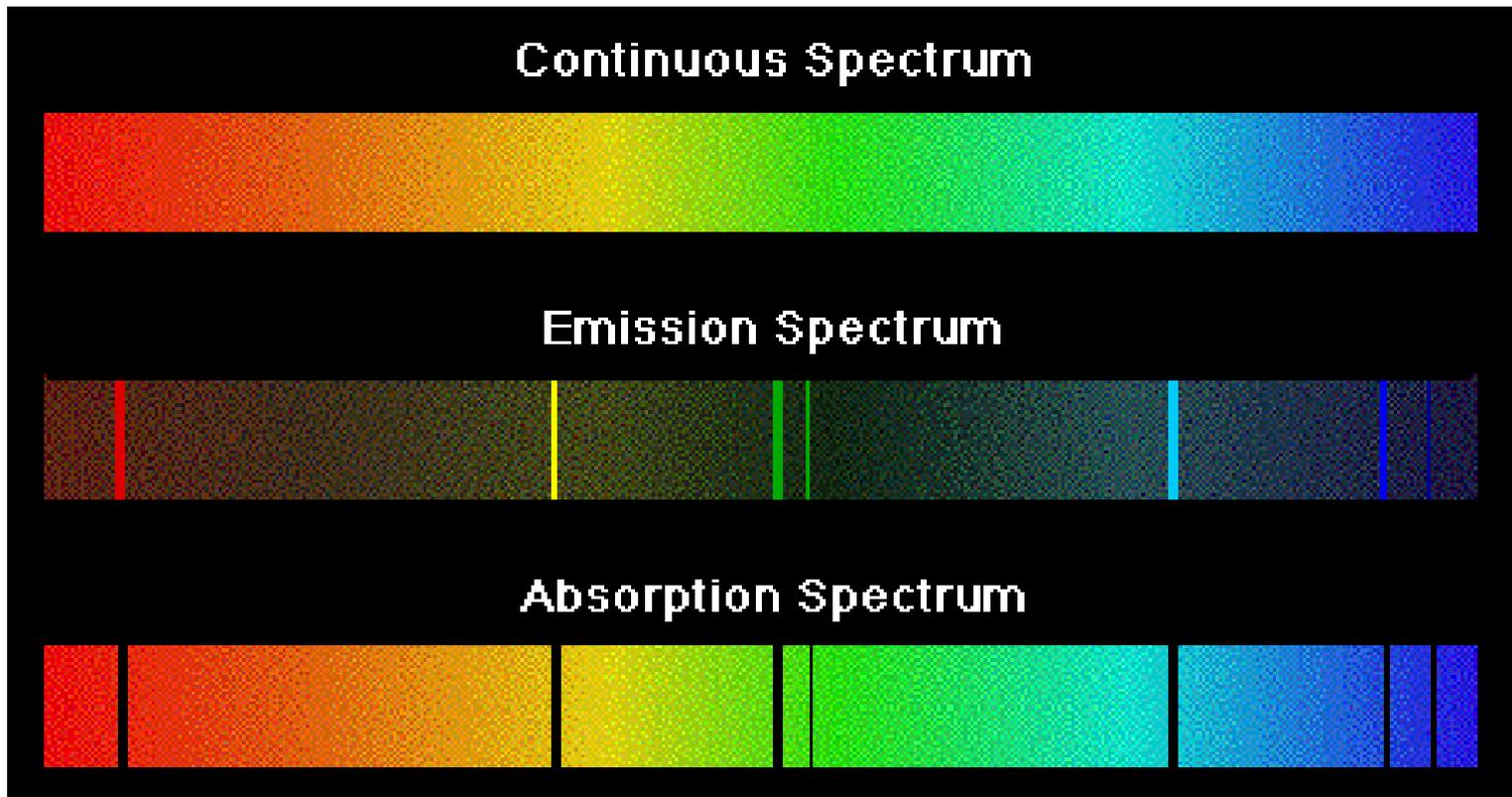
Número de elementos em cada período:  
2, 8, 8, 18, 18, 32

Periodic table of the elements

group	1*	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	Ia**	IIa		IIIb	IVb	Vb	VIb	VIIb	VIIIb	IXb	Xb	IIb	IIIa	IVa	Va	VIa	VIIa	0
1	H	He																
2	Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
3	Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
6	Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
7	Fr	Ra	Ac	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt	Ds	Rg		(Uub)	(Uut)	(Uuq)	(Uup)	(Uuh)	
lanthanide series			6	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	
actinide series			7	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	

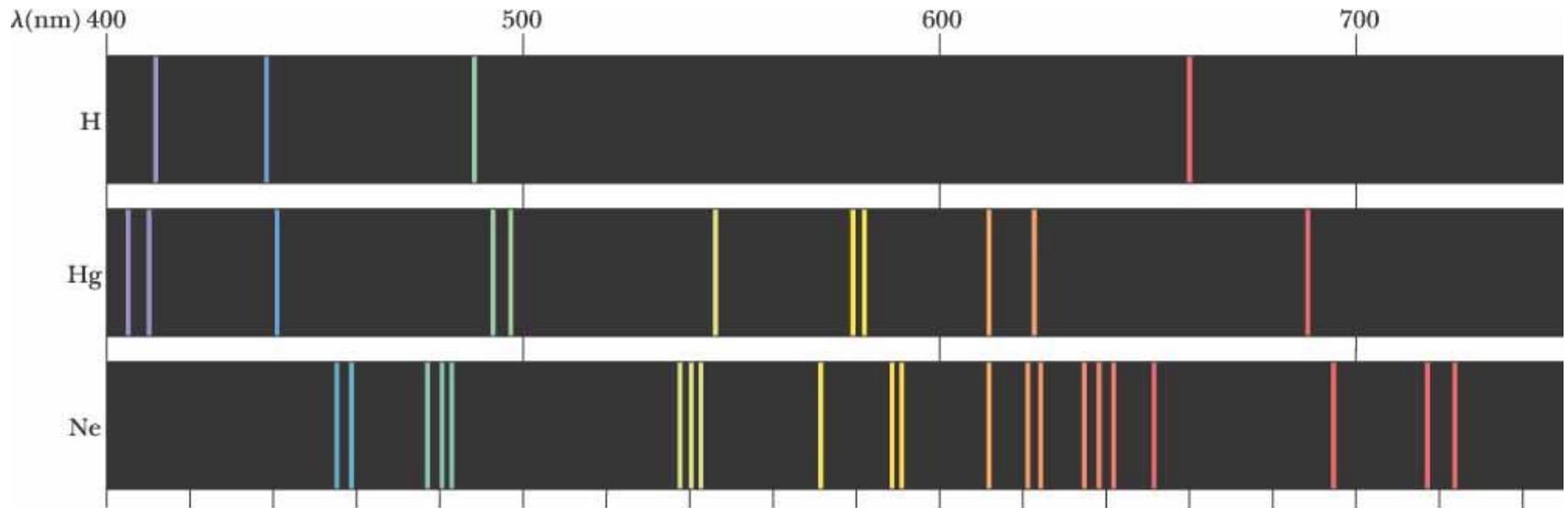


# Absorção e emissão de luz: propriedades atômicas & teste da teoria

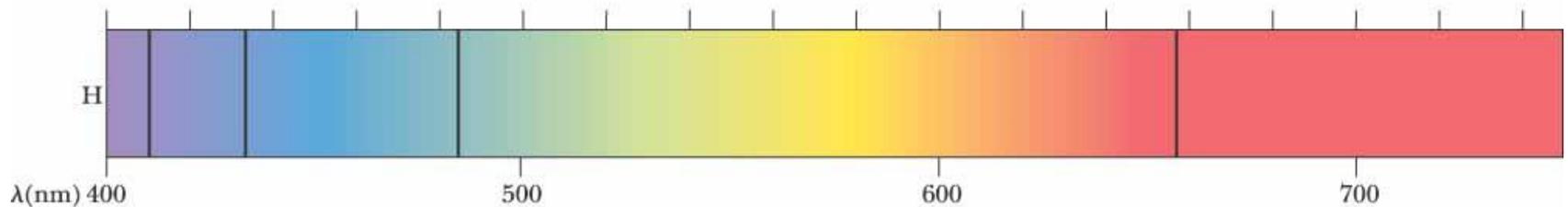


# O modelo de Bohr:

nem mesmo é tão bom assim para o H, muito menos para outros elementos...



(a)



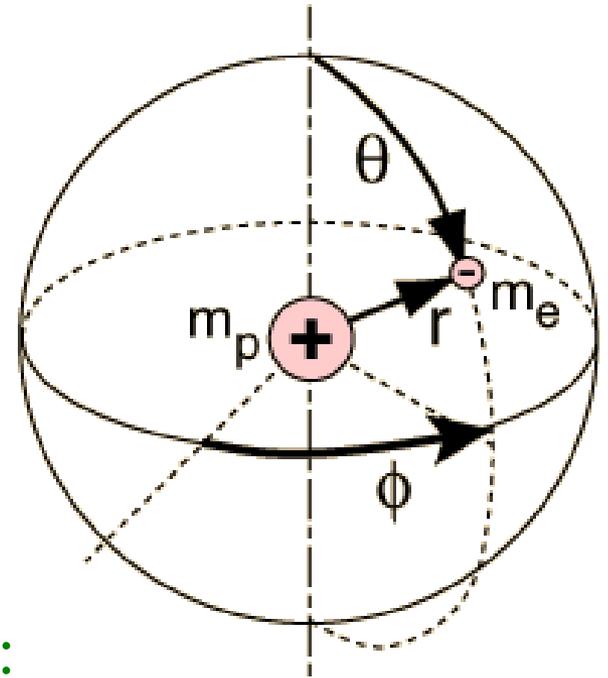
(b)

Recordando:

## A equação de Schrödinger e o átomo de H

O poço de potencial coulombiano em que o elétron está confinado tem a forma:

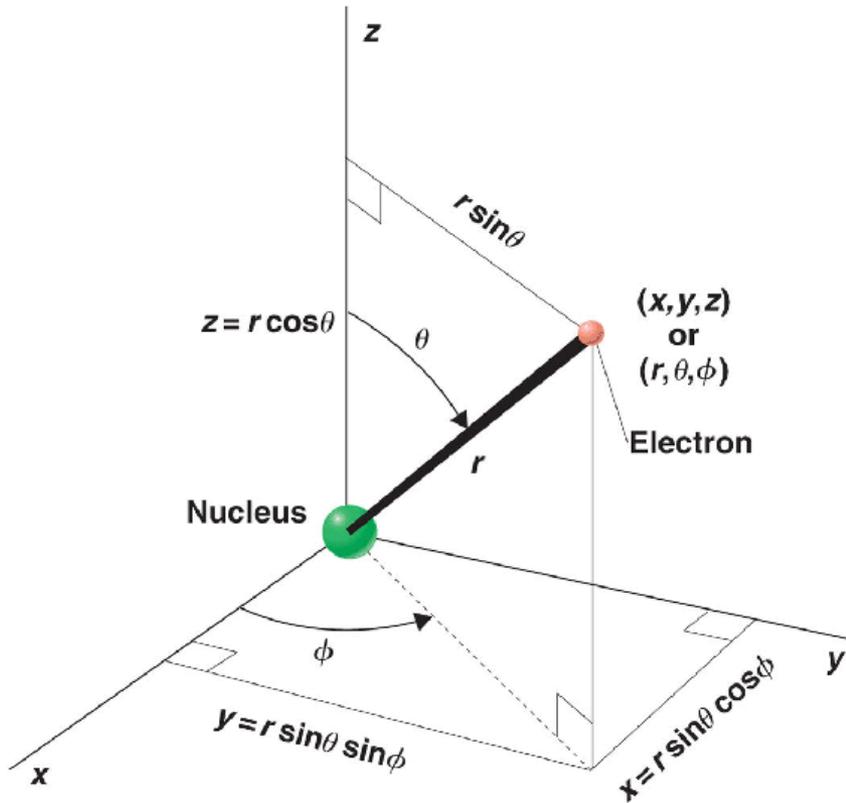
$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$



A equação de Schrödinger nesse potencial:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}) + U(r) \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r})$$

# Coordenadas esféricas:



Copyright © 2006 Pearson Education, Inc., Publishing as Benjamin Cummings

$$\vec{r} \Leftrightarrow (r, \theta, \phi)$$

# A equação de Schrödinger e o átomo de H

- Como o potencial coulombiano só depende de  $r$ , a função de onda  $\psi$  pode ser separada (em coordenadas esféricas).
- Isto produz **três equações diferenciais separadas**, para as coordenadas eletrônicas do átomo de H !

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r) \Theta(\theta) \Phi(\phi)$$

$n$   
número  
quântico  
principal  
(Energia)

$l$   
número  
quântico  
orbital  
(Módulo do  
Momento  
Angular  
Orbital)

$m$   
número  
quântico  
magnético  
(Orientação  
do  
Momento  
Angular  
Orbital)

símbolo	valores
$n$	1, 2, 3,
$l$	0, ..., $n-1$
$m$	$-l, \dots, l$

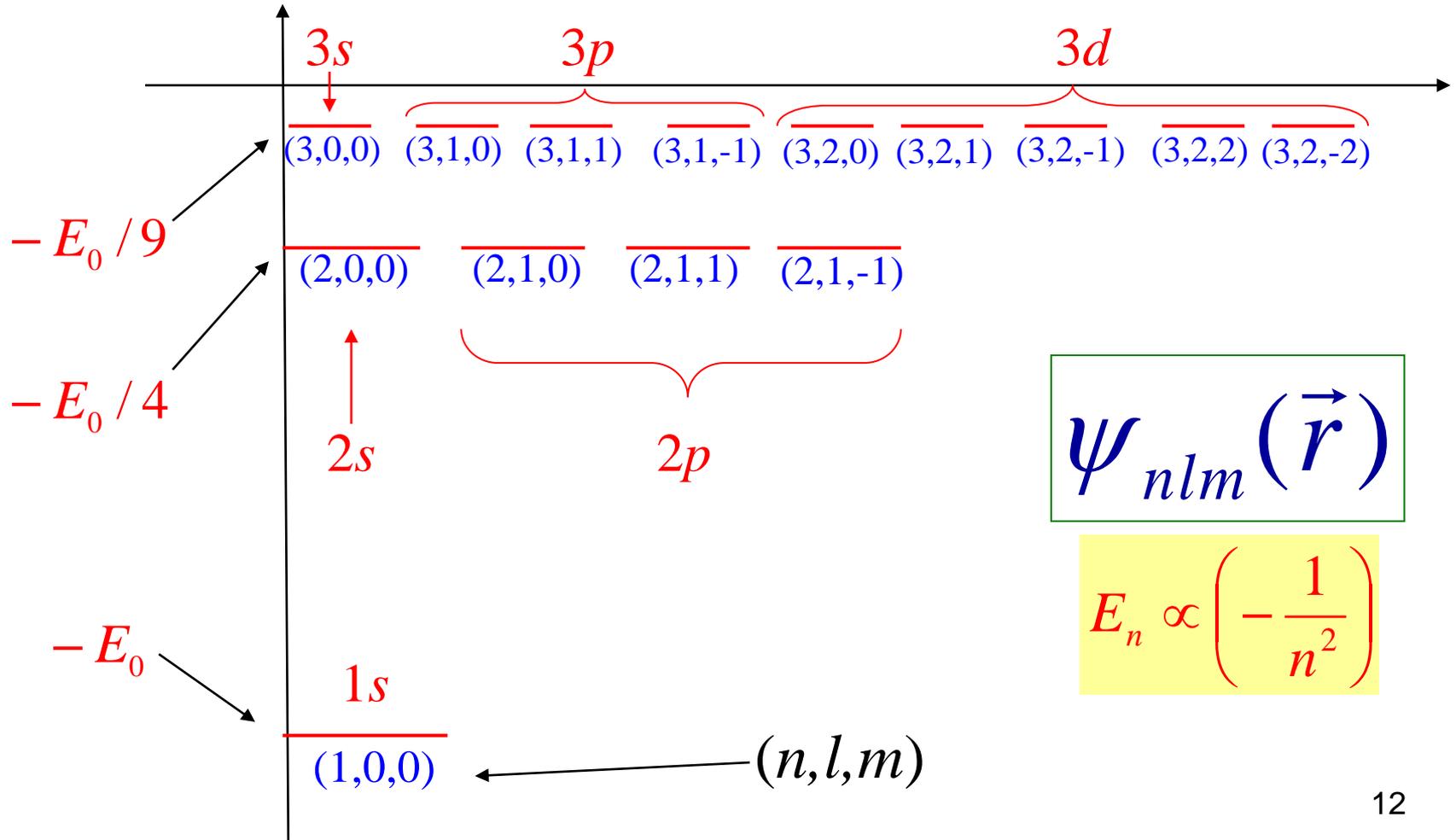
Para estes estados, as soluções da equação de Schrödinger...

$$\psi_{n,l,m_l}(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r) \Theta_{lm}(\theta) \Phi_m(\phi)$$

..... são bem comportadas!!

# A equação de Schrödinger e o átomo de H

O número quântico orbital  $l$  corresponde aos estados:  $l = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$   
( $s, p, d, f, g$ )



# Momento angular orbital

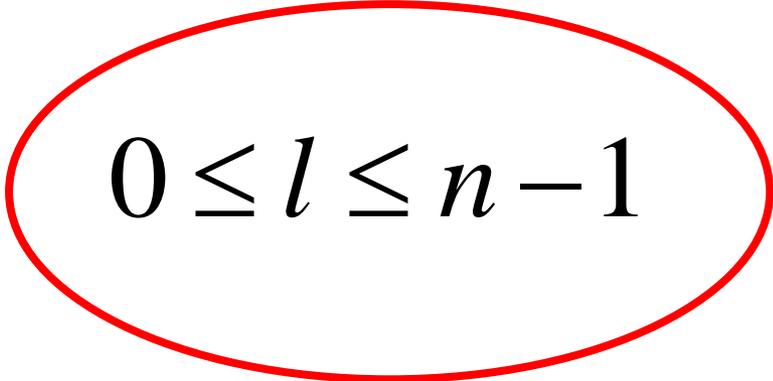
- Na solução da equação de Schrödinger para o átomo de hidrogênio temos:

Quantização do momento angular orbital de acordo com:

$$L^2 = l(l+1)\hbar^2$$

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$$

$$L_z = m\hbar$$


$$0 \leq l \leq n-1$$

**Note a diferença com a previsão de Bohr!**

# Momento angular e momento magnético

## Momento magnético orbital:

$$\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m} \vec{L}$$

$$\mu_{orb} = \frac{e}{2m} \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

# Momento angular e momento magnético

## Momento magnético orbital:

$$\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m} \vec{L} \qquad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m} \quad \text{magneton de Bohr}$$

$$\mu_{orb} = \frac{e}{2m} \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{l(l+1)} \mu_B$$

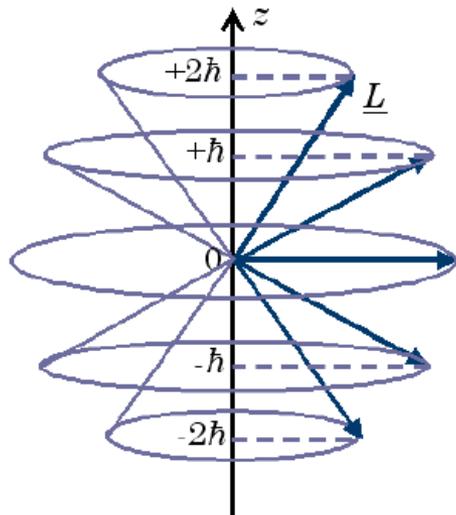
- Momentos angulares não são medidos diretamente.
- Medimos o momento magnético através de suas componentes paralelas a um campo magnético.

# E a direção do $\vec{L}$ ??

- Precisamos definir uma direção no espaço  $\Rightarrow$  p.ex., direção  $z$  dada por um  $\vec{B}$  ;
- A componente  $L_z$  não pode assumir um valor qualquer, mas está restrita a apenas alguns valores: chama-se esta propriedade de “quantização espacial”.

# Componente $z$ do momento angular orbital:

Número quântico magnético:  $m_l$



$$L_z = m_l \hbar$$

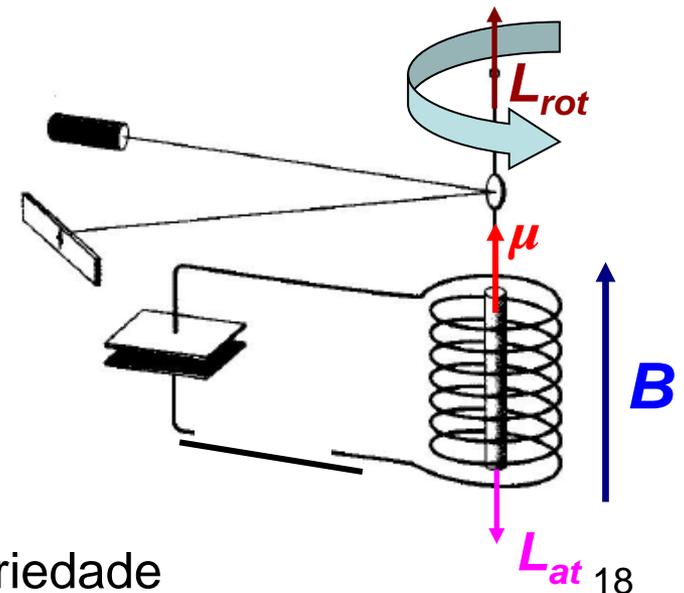
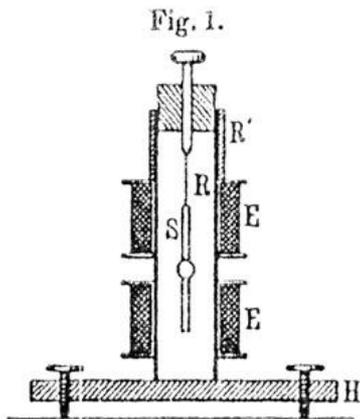
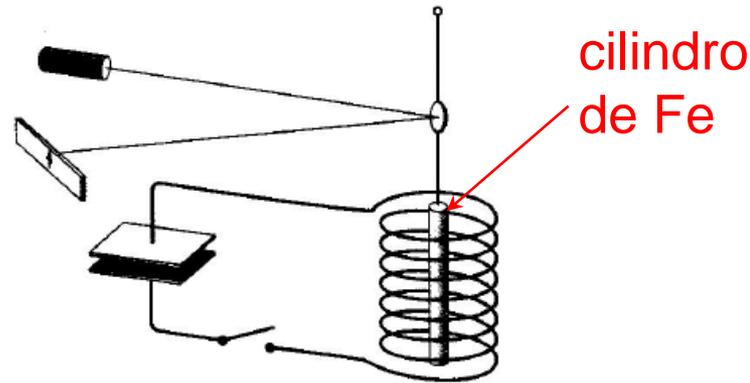
$$F(\phi) = Ae^{im_l \phi} \quad m_l = -l, -l+1, \dots, +l$$

$$\mu_{orb,z} = -m_l \mu_B$$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.2740154 \times 10^{-24} \text{ J / T} = 5.7883826 \times 10^{-5} \text{ eV / T}$$

Bohr magneton

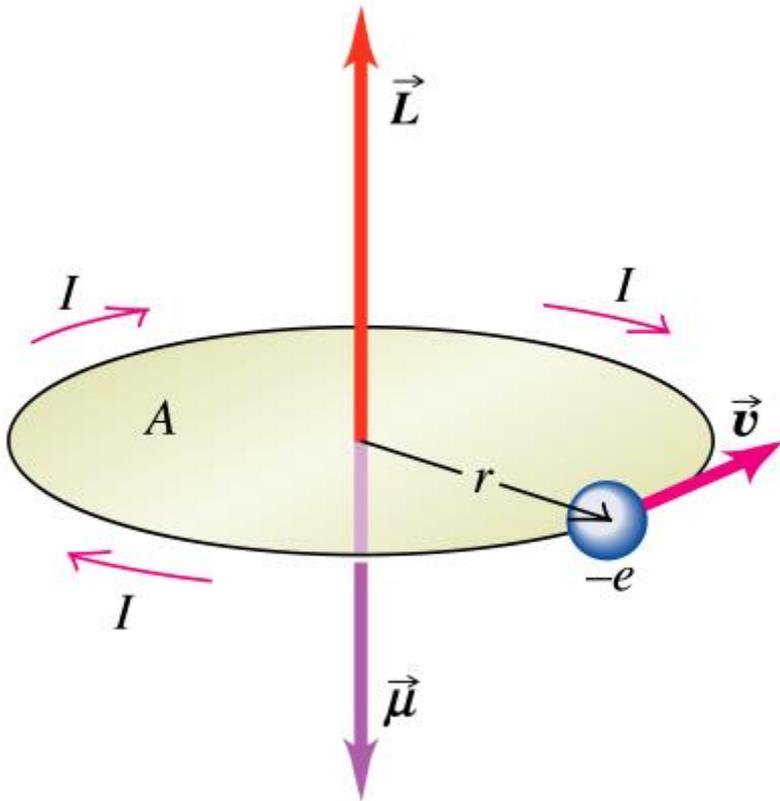
# Experimento de Einstein – de Haas (1915): momento magnético dos átomos



O experimento mostrou conexão entre uma propriedade magnética do material (no caso, o ferro) e o momento angular.

# Momento magnético atômico (orbital):

Cálculo Clássico (baseado em correntes moleculares no material)



$$L = m\omega r^2$$

$$\mu = iA = \pi r^2 \frac{dq}{dt} =$$

$$\pi r^2 \left( \frac{-e}{T} \right) = \pi r^2 \left( \frac{-e\omega}{2\pi} \right) =$$

$$-\frac{1}{2} e\omega r^2 = -\frac{e}{2m} L$$

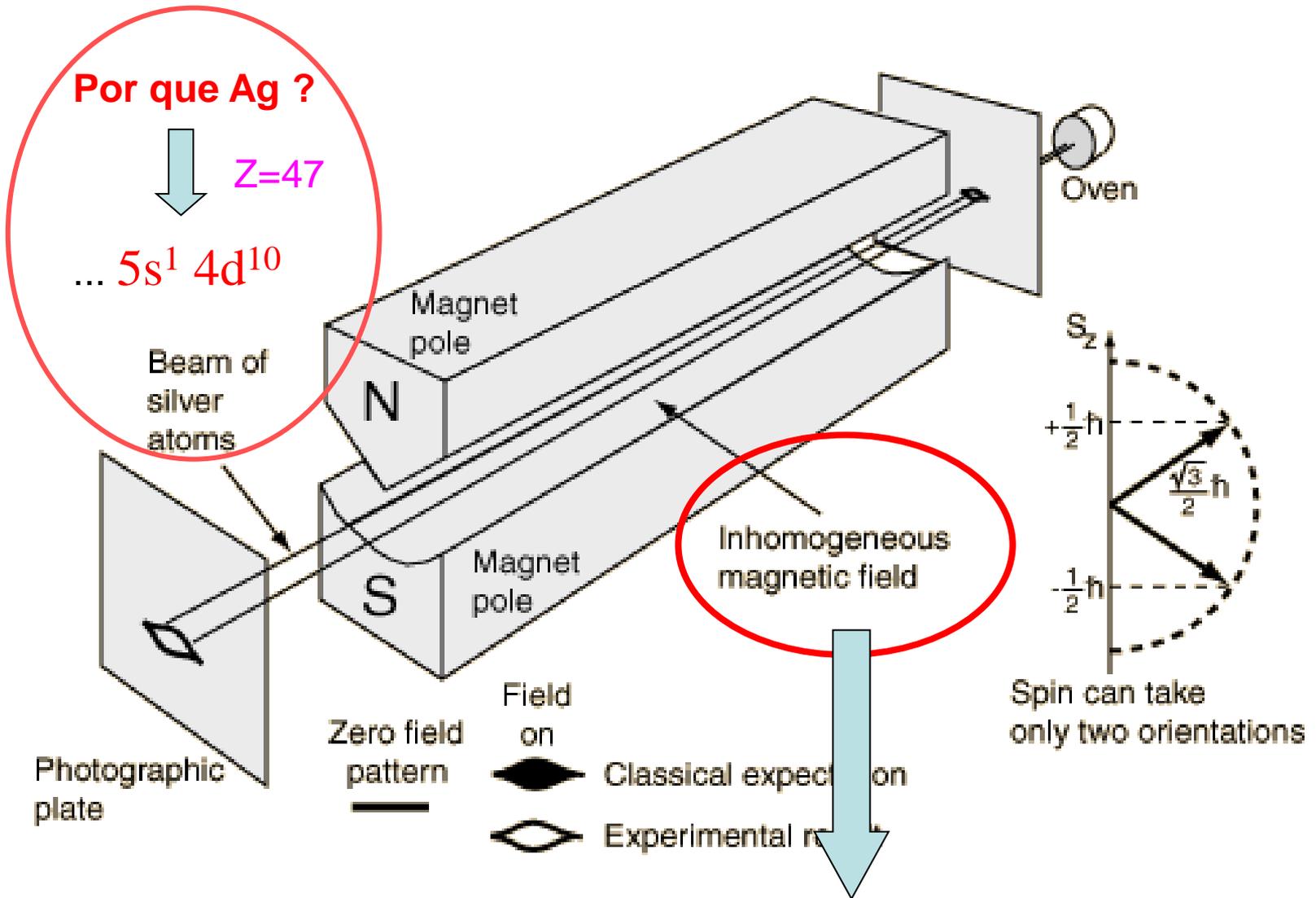
$$\mu = -\frac{e}{2m} L$$

Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

Além do momento angular orbital, o elétron tem também um outro momento angular, que lhe é **“intrínseco”**:

não importa qual movimento o elétron está descrevendo, ou em que átomo ele está ligado, não importa nada: o elétron sempre terá este momento angular intrínseco.

# O experimento de Stern Gerlach (1922)



**Por que B não homogêneo ?**

O que exatamente  
Stern e Gerlach estavam  
procurando??

*Resp.: Evidências da “quantização espacial”*

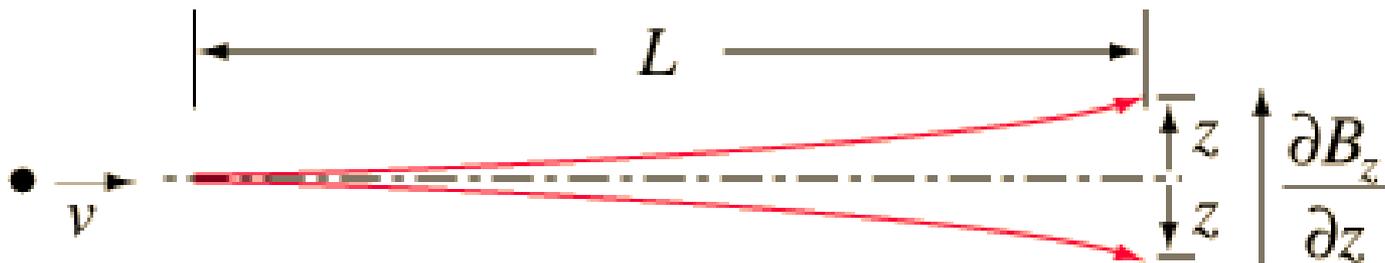
# O experimento de Stern Gerlach

- Foi realizado com um feixe de átomos de prata, saindo de um forno quente, porque podia ser facilmente detectado em uma emulsão fotográfica;
- Os átomos de prata ( $Z=47$ ) permitiram o estudo das propriedades magnéticas de um único elétron, pois esses átomos têm um único elétron “exterior” que se move em um potencial coulombiano produzido por 47 prótons do núcleo, blindados por 46 elétrons de caroço;
- Como o elétron externo tem momento angular orbital nulo ( $l = 0$ ), esperava-se que a interação com um campo magnético externo só seria possível se existisse o momento de spin.

# O experimento de Stern Gerlach

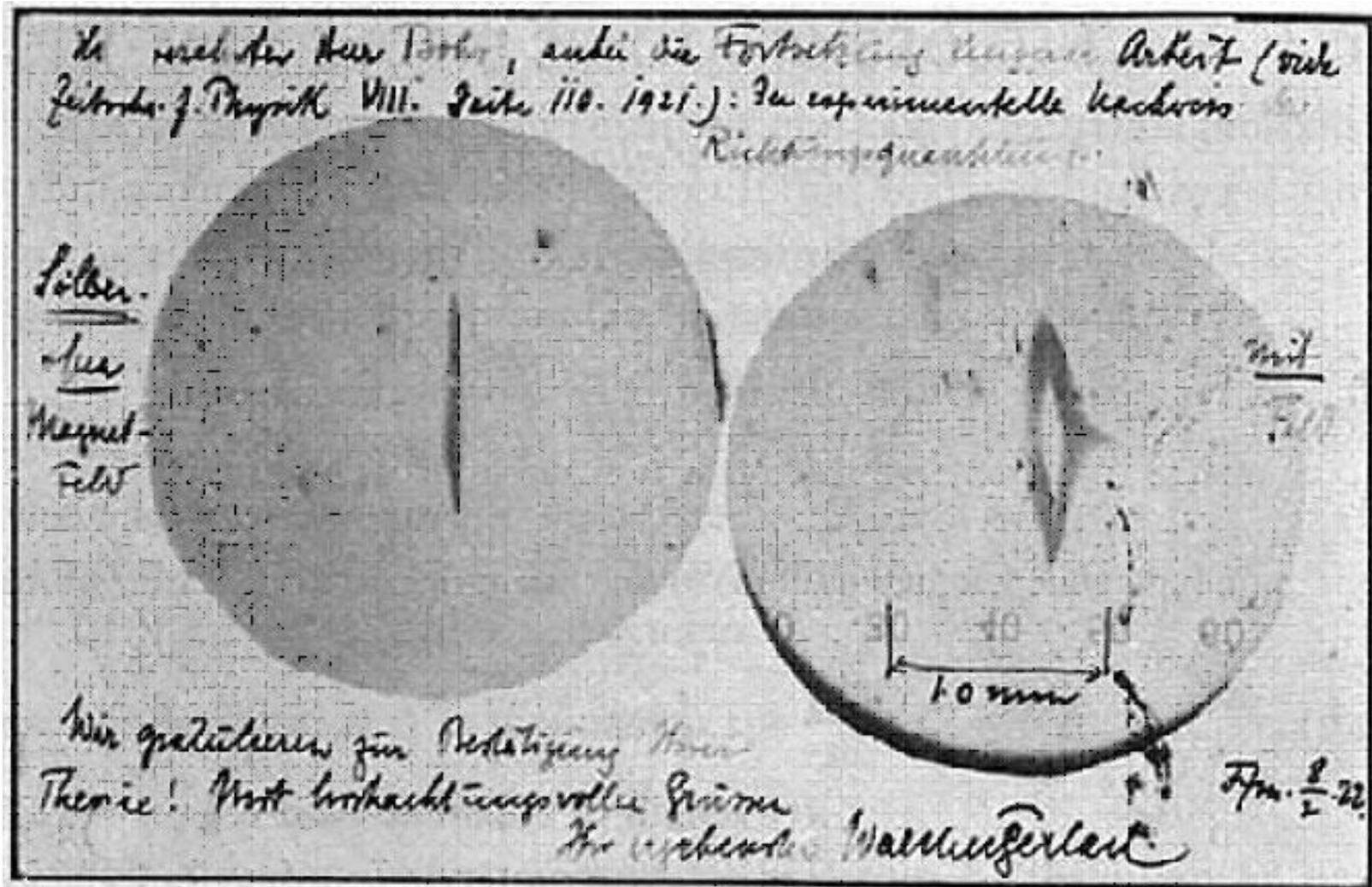
$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_B \frac{g}{2} B_z = \pm \mu_B B_z$$

$$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = \pm \mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z}$$



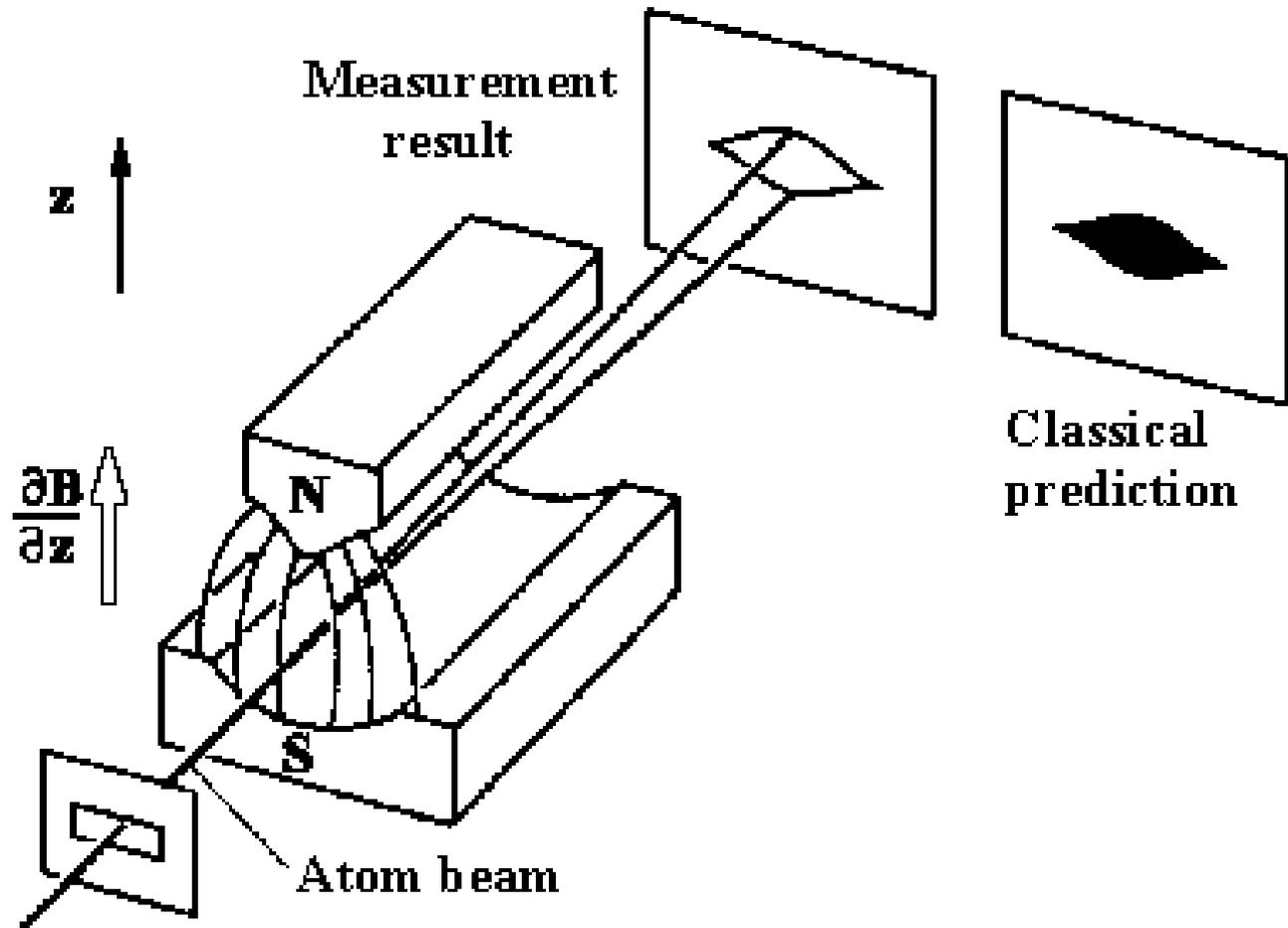
$$z = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{F}{m} \left[ \frac{L}{v} \right]^2 = \pm \frac{\mu_B L^2}{4 E_K} \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

# Stern-Gerlach: Curiosidade histórica



Gerlach's postcard, dated 8 February 1922, to Niels Bohr. It shows a photograph of the beam splitting, with the message, in translation: "Attached [is] the experimental proof of directional quantization. We congratulate [you] on the confirmation of your theory." (Physics Today December 2003)

# Qual foi o resultado do experimento?



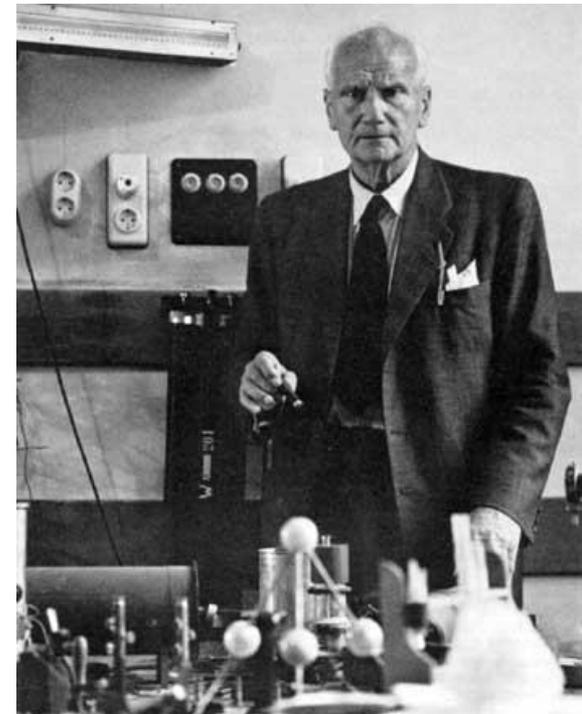
# Stern-Gerlach: Curiosidade histórica

<http://www.physicstoday.org/vol-56/iss-12/p53.html#ref>

[stern-gerlach](#)



Otto Stern (1888-1969)  
Nobel de Física: 1943



Walther Gerlach (1889-1979)

# Spin do elétron

Momento angular de spin:  $S = \sqrt{s(s+1)} \hbar$  ;  $s = \frac{1}{2}$

Componente  $z$  do momento:  $S_z = m_s \hbar$  ;  $m_s = \pm \frac{1}{2}$

Momento magnético de spin:

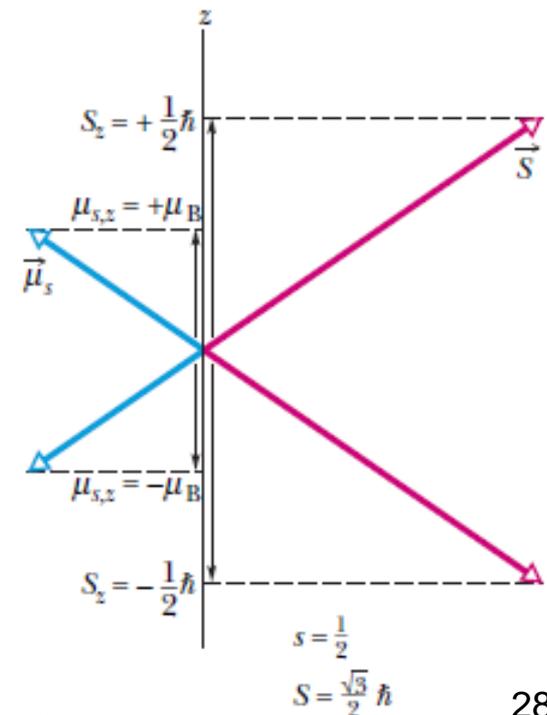
$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m} \vec{S} \quad ; \quad \mu_s = -\frac{e}{m} \sqrt{s(s+1)} \hbar$$

$$\mu_{s,z} = -2m_s \mu_B \quad \rightarrow \quad \mu_{s,z} = \pm \mu_B$$

Fator "g" do elétron\*:

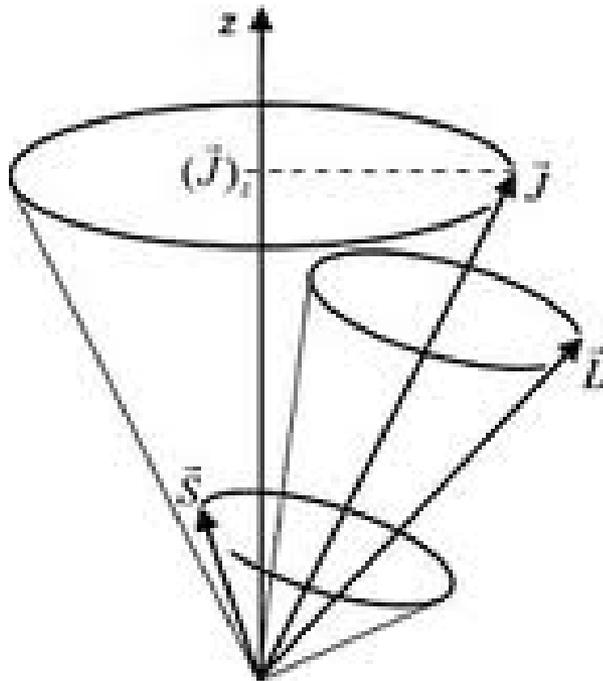
$$g_s = 2,00232: \mu_{s,z} = -g_s m_s \mu_B \approx -2m_s \mu_B$$

$$g_l = 1: \mu_{l,z} = -g_l m_l \mu_B \approx -m_l \mu_B \quad ; \quad m_l = -l, +l$$



\*O fator  $g_s$  do elétron é uma das grandezas medidas com maior precisão na Física, com uma incerteza relativa de  $2.6 \times 10^{-13}$ .

# Momento angular total do elétron no átomo de H



$$\vec{J}_{total} = \vec{L} + \vec{S}$$

*Para somarmos os dois momentos angulares há uma regra:*

$$j = |l-s|, \dots, (l+s) \text{ de } 1 \text{ em } 1\dots$$

*Portanto, os valores possíveis para  $j$  (quando  $l$  não for 0) são:*

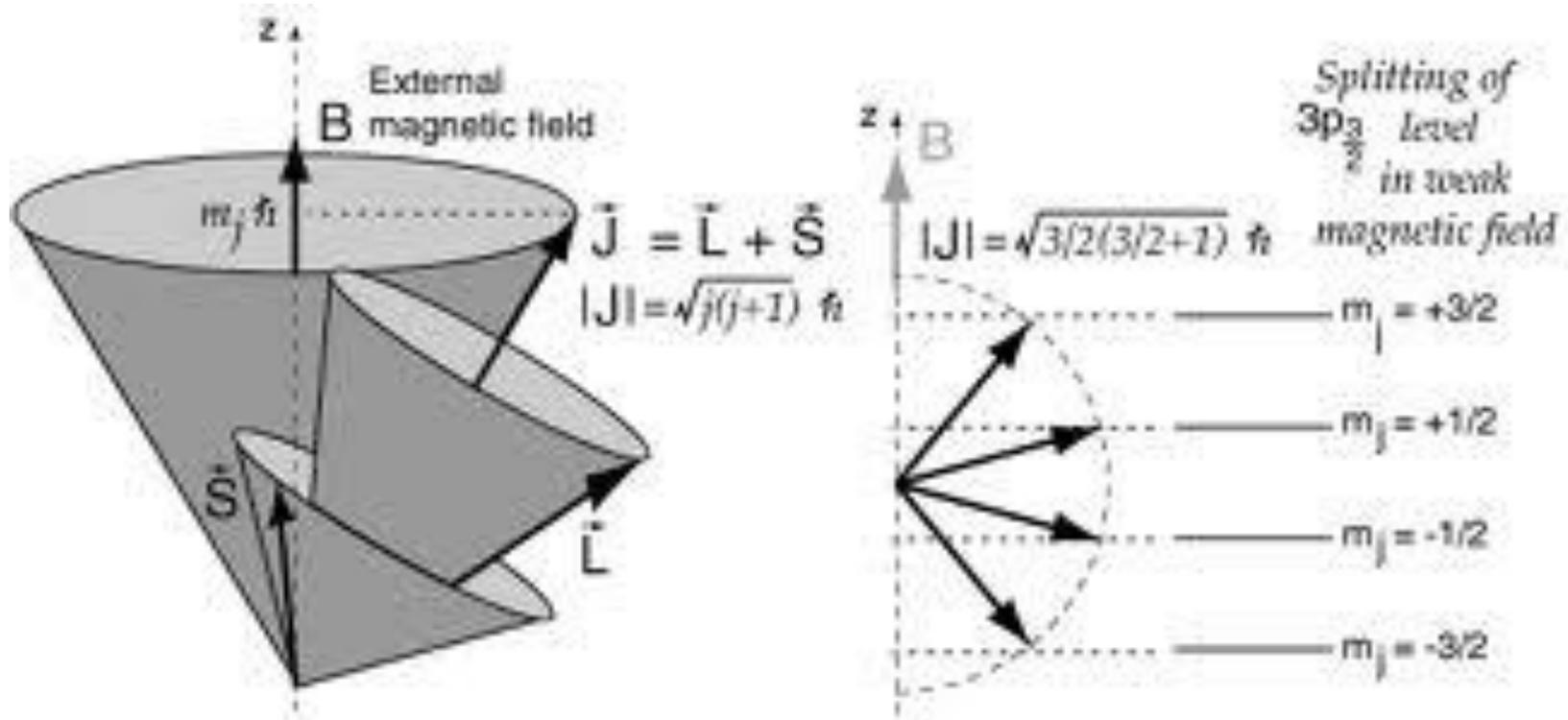
$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$$|\vec{J}| = \sqrt{j(j+1)}\hbar$$

$$J_z = m_j \hbar$$

$$j = l \pm \frac{1}{2}$$

# Um exemplo.....



# Números quânticos: $\Psi_{n,l,m_l,m_s}(\vec{r}, t)$

- Número quântico principal  $n$  já aparece no modelo de Bohr  $\left\{ E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV} \right.$

- Novos números quânticos, associados ao momento angular orbital ( $l, m_l$ ) e de spin ( $m_s$ )
- |                    | orbital   | spin  |
|--------------------|---|---|
| {                  | $L = \sqrt{l(l+1)} \hbar$<br>$l \leq n-1$                               | $S = \sqrt{s(s+1)} \hbar ; s = \frac{1}{2}$                                   |
|                    | $L_z = m_l \hbar$<br>$m_l = -l, -l+1, \dots, +l$                        | $S_z = m_s \hbar ; m_s = \pm \frac{1}{2}$<br>$m_s = -s, \dots, +s$            |
| Momento magnético: | $\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m} \vec{L}$<br>$\mu_{orb,z} = -m_l \mu_B$ | $\vec{\mu}_S = -\frac{e}{m} \vec{S}$<br>$\mu_{s,z} = -2m_s \mu_B = \pm \mu_B$ |

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$$

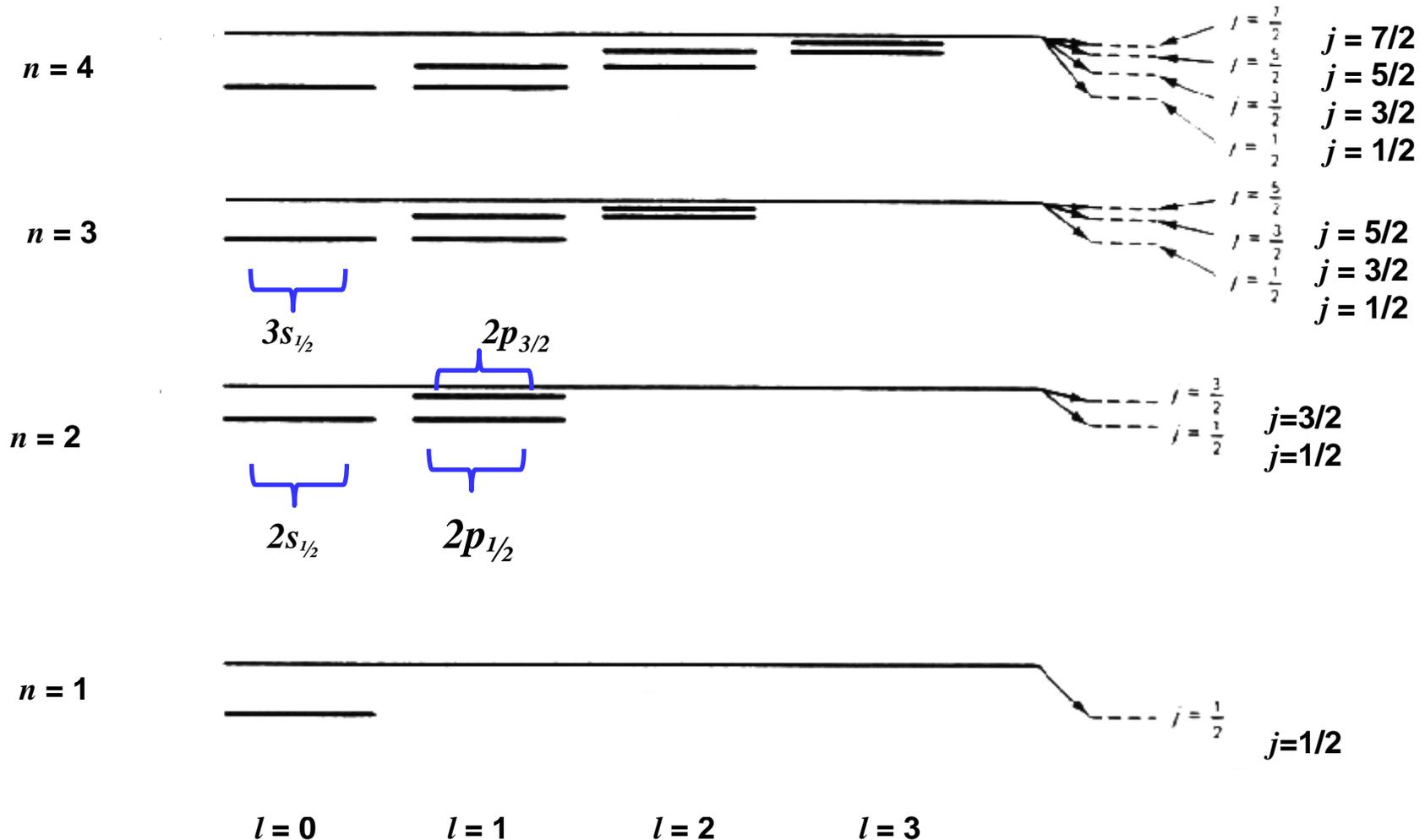
Exemplo de efeitos devidos aos novos números quânticos:



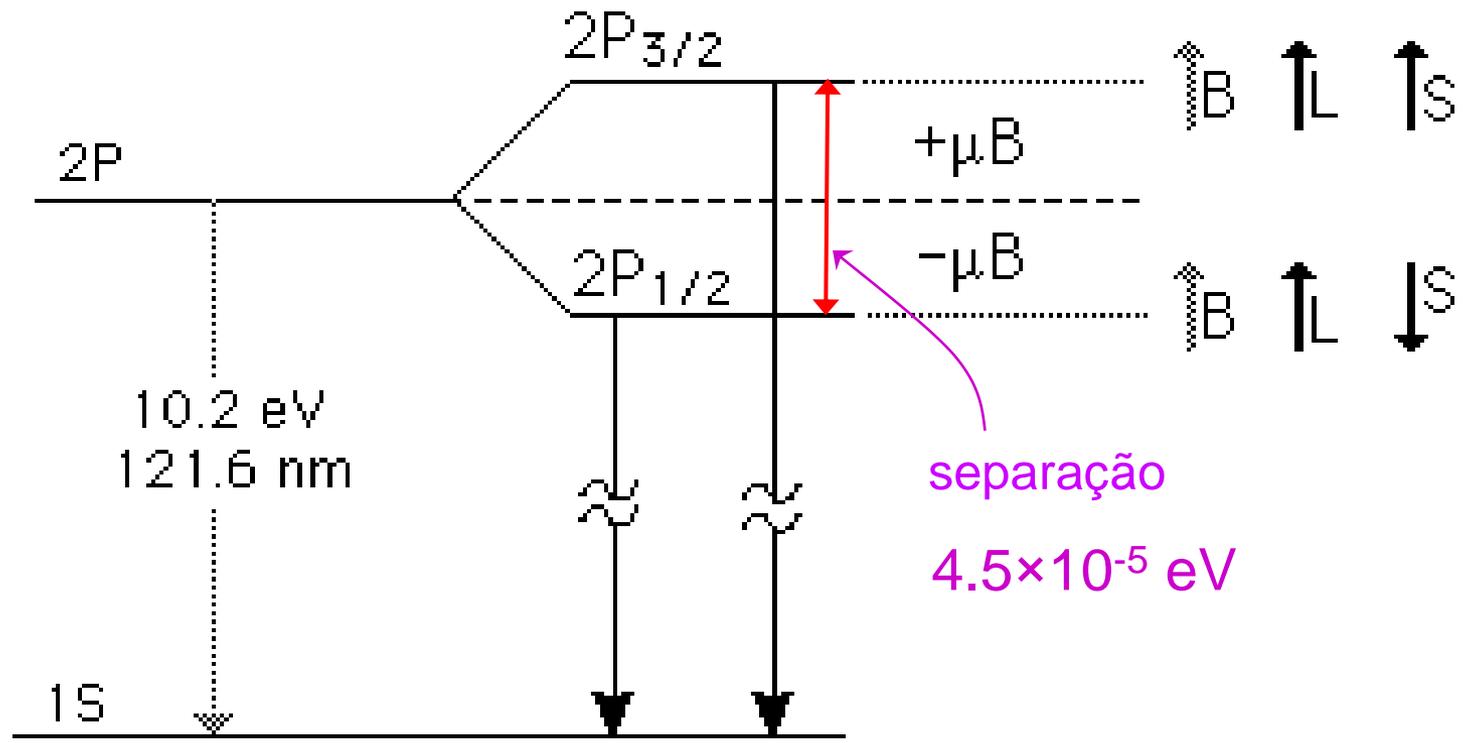
Desdobramento das linhas espectrais na presença de campos externos

# A estrutura fina do H:

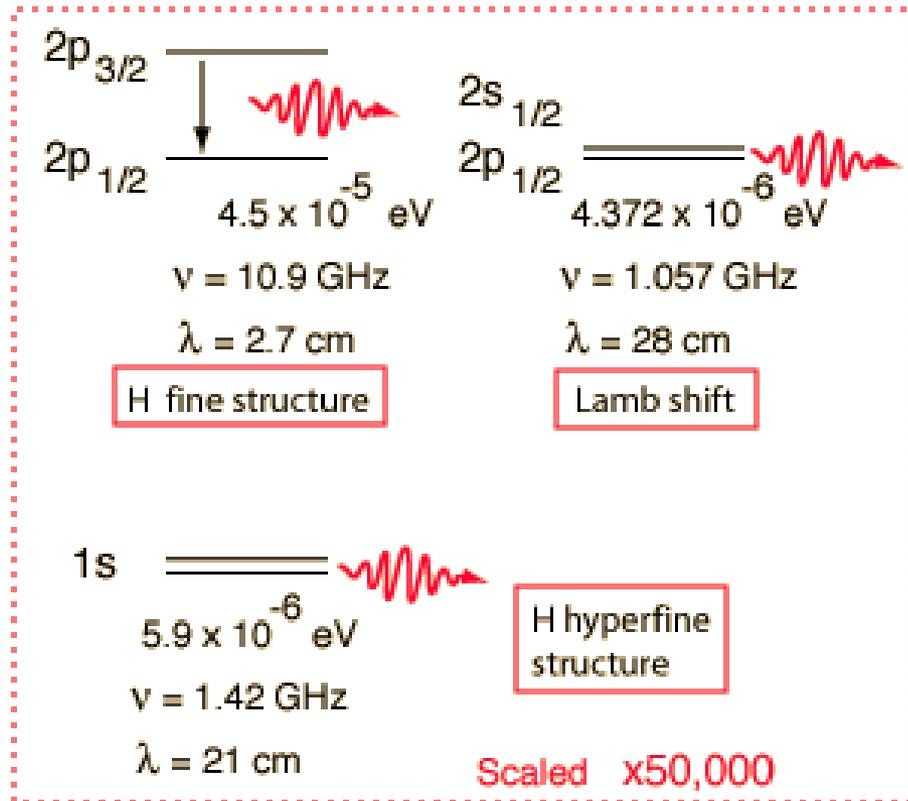
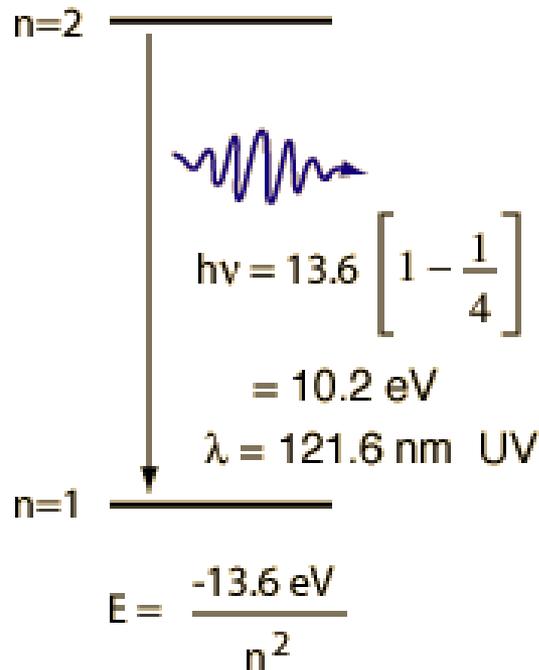
Estados caracterizados pelo número quântico  $j$ ,  
relativo ao momento angular total  $J = L + S$



Há outros efeitos no átomo de hidrogênio que não estão incluídos na equação de Schrödinger, que causam a **quebra das várias degenerescências**. O efeito mais importante é: Interação do elétron só com o campo  $B$  interno do átomo ( $B_i \approx 1$  Tesla) + Correção relativística da energia dos elétrons  $\longrightarrow$  "Estrutura Fina"



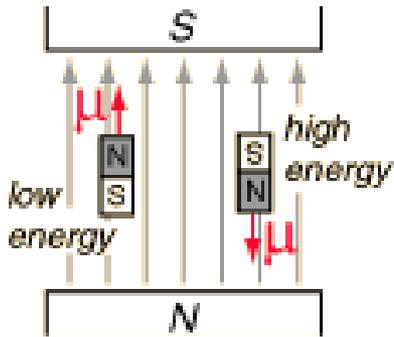
# Quebra sucessiva das degenerescências



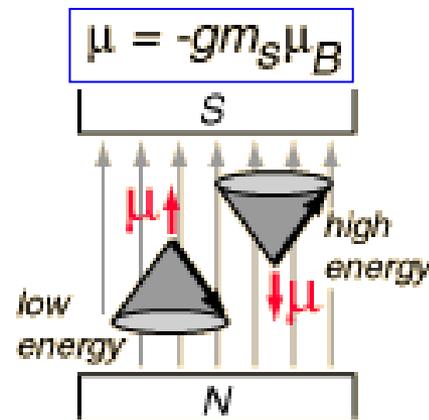
Hidrogênio segundo Schrödinger  
(confirma o modelo de Bohr)

# Ressonância magnética

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$



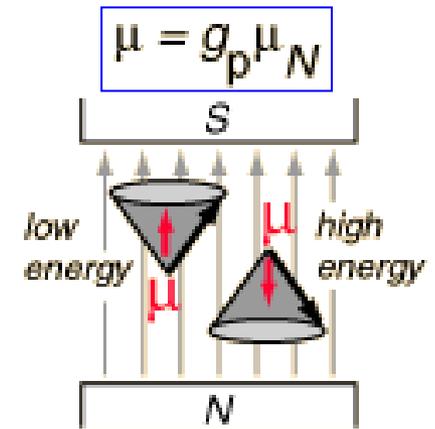
Bar magnet  
magnetic moment



Electron spin  
magnetic moment

$$g = 2$$

$$\mu_B = 5.79 \times 10^{-5} \text{ eV/T}$$



Proton spin  
magnetic moment

$$g = 2.79$$

$$\mu_N = 3.15 \times 10^{-8} \text{ eV/T}$$

$$\Delta U_{l \rightarrow h} = U_{high} - U_{low} = \mu_z B - (-\mu_z B) = 2\mu_z B$$

$$\mu_B = -\frac{e\hbar}{2m}$$

- Energia absorvida na região de radiofrequências:



$$\Delta U_{l \rightarrow h} = hf = 2\mu_z B$$

# Comparação entre ressonâncias:

spin eletrônico  $\times$  nuclear

( sob campo externo  $B = 1 \text{ T}$  )

$$hf = 2\mu_z B \rightarrow \hbar\omega = 2\mu_z B$$

$$\omega_{\text{electron spin}} = \frac{2\mu_e B}{\hbar} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} (5.79 \times 10^{-5} \text{ eV / T})(1 \text{ T})}{6.58 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}} = 1.7608 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 28.025 \text{ GHz} \quad \text{Larmor frequency}$$

$$\omega_{\text{proton spin}} = \frac{2\mu_p B}{\hbar} = \frac{2(2.79)(3.15 \times 10^{-8} \text{ eV / T})(1 \text{ T})}{6.58 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}} = 2.6753 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 42.5781 \text{ MHz} \quad \text{Larmor frequency}$$

A frequência de Larmor corresponde ao modo natural do sistema.

# Frequências de ressonância

Partícula	Spin	$\omega_{\text{Larmor}}/B$ $\text{s}^{-1}\text{T}^{-1}$	$\nu/B$
Elétron	1/2	$1.7608 \times 10^{11}$	28.025 GHz/T
Próton	1/2	$2.6753 \times 10^8$	42.5781 MHz/T
Deutério	1	$0.4107 \times 10^8$	6.5357 MHz/T
Neutron	1/2	$1.8326 \times 10^8$	29.1667 MHz/T
$^{23}\text{Na}$	3/2	$0.7076 \times 10^8$	11.2618 MHz/T
$^{31}\text{P}$	1/2	$1.0829 \times 10^8$	17.2349 MHz/T
$^{14}\text{N}$	1	$0.1935 \times 10^8$	3.08 MHz/T
$^{13}\text{C}$	1/2	$0.6729 \times 10^8$	10.71 MHz/T
$^{19}\text{F}$	1/2	$2.518 \times 10^8$	40.08 MHz/T

# Imagem por ressonância nuclear magnética



- Os prótons dos tecidos do corpo humano estão situados em muitos ambientes magnéticos diferentes.
- Quando o corpo é submetido a um campo magnético externo, as diferenças dos campos locais podem ser detectadas e processadas em computador, gerando uma imagem (semelhante à obtida por raios X).

# Resumo da aula:

- Níveis de energia do átomo de H;
- Momento angular orbital para os vários estados;
- Momento angular de spin do elétron;
- Momento angular total;
- Momentos de dipolo magnético;
- Quebras de degenerescência dos estados;
- Aplicações em ressonância magnética.

**Na próxima aula iremos  
abordar átomos  
com mais de um elétron!**

## Problema 40.28

Suponha que existam dois elétrons no mesmo átomo, ambos com  $n=2$  e  $l=1$ . (a) Quantos estados são possíveis para estes dois elétrons? (Não se esqueça de que não existe nenhuma diferença entre os dois elétrons.) (b) Se o princípio de exclusão de Pauli não existisse, quantos estados seriam possíveis?

$$m_l = -1, 0, 1$$

$$n = 2; l = 1$$

$2l+1$  valores de  $m_l$ :

$$2 \cdot 1 + 1 = 3 \text{ valores de } m_l$$

$$2 \text{ valores de } m_s: +1/2 -1/2$$

6 estados possíveis para cada elétron!!

$m_l$	1	1	0	0	-1	-1
$m_s$	+1/2	-1/2	+1/2	-1/2	+1/2	-1/2

$$C_{m,n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

Combinação de 6 dois a dois!!  
A ordem não importa! → sem repetição

Sistema de 2 elétrons!

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2! 4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{2 \cdot 1 \cdot 4!}$$

## Outra abordagem!!!

Problema 40.28

Suponha que existam dois elétrons no mesmo átomo, ambos com  $n=2$  e  $l=1$ . (a) Quantos estados são possíveis para estes dois elétrons? (Não se esqueça de que não existe nenhuma diferença entre os dois elétrons.) (b) Se o princípio de exclusão de Pauli não existisse, quantos estados seriam possíveis?

$$\begin{array}{ll} n = 2; \quad l = 1 & 2l+1 \text{ valores de } m_l: \\ & 2 \cdot 1 + 1 = 3 \text{ valores de } m_l \end{array} \qquad \begin{array}{l} m_l = -1, 0, 1 \\ \\ 2 \text{ valores de } m_s: +1/2 -1/2 \end{array}$$

Para o primeiro elétron, há **6** estados possíveis. Para o segundo, há ~~6~~**5** estados possíveis.

Estado já escolhido pelo elétron 1.

Sendo assim, temos **6 x 5 = 30** combinações (estados possíveis).

**MAS...**

Elétrons são indistinguíveis e contamos a mesma configuração duas vezes!

$$(m_{l_1}, m_{s_1}, m_{l_2}, m_{s_2})$$

$$\left(1, +\frac{1}{2}, -1, +\frac{1}{2}\right) = \left(-1, +\frac{1}{2}, 1, +\frac{1}{2}\right)$$

Temos que dividir por 2!!

$$\text{Número de estados disponíveis: } \frac{6 \times 5}{2} = 15 \text{ estados!!}$$

Problema 40.28

**Ou simplesmente contando...**

Suponha que existam dois elétrons no mesmo átomo, ambos com  $n=2$  e  $l=1$ . (a) Quantos estados são possíveis para estes dois elétrons? (Não se esqueça de que não existe nenhuma diferença entre os dois elétrons.) (b) Se o princípio de exclusão de Pauli não existisse, quantos estados seriam possíveis?

$$n = 2; l = 1 \quad m_l = -1, 0, 1$$

2 valores de  $m_s$ :  $+1/2 -1/2$

$m_{l1}$	$m_{s1}$	$m_{l2}$	$m_{s2}$
1	+1/2	1	-1/2
1	+1/2	0	-1/2
1	+1/2	0	+1/2
1	+1/2	-1	+1/2
1	+1/2	-1	-1/2

9 estados

$m_{l1}$	$m_{s1}$	$m_{l2}$	$m_{s2}$
0	+1/2	0	-1/2
0	+1/2	-1	+1/2
0	+1/2	-1	-1/2

6 estados

Total: 15 estados!

Sem exclusão de Pauli:

$m_{l1}$	$m_{s1}$	$m_{l2}$	$m_{s2}$
1	+1/2	1	+1/2
1	-1/2	1	-1/2
0	+1/2	0	+1/2
0	-1/2	0	-1/2
-1	+1/2	-1	+1/2
-1	+1/2	-1	-1/2

43

6 estados extras!!

### Problema 40.9 (Halliday, 7ª edição)

Um elétron de um átomo se encontra em um estado com  $\ell = 3$ . Determine:

(a) o módulo de  $\vec{L}$ ;  $L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar = \sqrt{3(3+1)}\hbar = 2\sqrt{3}\hbar \approx 3,46\hbar$

(b) o módulo de  $\vec{\mu}$ ;

$$\mu_{orb} = \frac{e}{2m} L = \frac{e}{2m} \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar = \sqrt{\ell(\ell+1)} \mu_B = 2\sqrt{3} \mu_B = 3,46 \mu_B$$

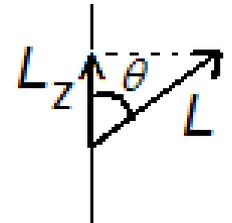
(c) o maior valor possível de  $m_\ell$ ; como:  $-\ell \leq m_\ell \leq \ell \rightarrow m_\ell = \ell = 3$

(d) o valor correspondente de  $L_z$ ;  $L_z = m_\ell \hbar = 3\hbar$

(e) o valor correspondente de  $\mu_{orb,z}$ ;  $\mu_{orb,z} = -m_\ell \mu_B = -3\mu_B$

(f) o valor do ângulo semiclássico  $\theta$  entre as direções de  $L_z$  e  $\vec{L}$ ;

$$\cos \theta = L_z / L = \frac{m_\ell \hbar}{\sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar} = \frac{m_\ell}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} = \frac{3}{\sqrt{3(3+1)}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



(g) valor de  $\theta$  para o segundo maior valor possível de  $m_\ell$ ;

$$\ell = 3 \text{ e } m_\ell = 2 \quad ; \quad \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{3(3+1)}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \theta \approx 54,7^\circ$$

(h) valor de  $\theta$  para o menor valor possível (o mais negativo) de  $m_\ell$ ;

$$\ell = 3 \text{ e } m_\ell = -3 \quad ; \quad \cos \theta = \frac{-3}{\sqrt{3(3+1)}} = \frac{-3}{2\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \rightarrow \theta = 150^\circ$$

Problema 40.12 (7ª edição):

Suponha que no experimento de Stern-Gerlach executado com átomos neutros de prata o campo magnético tenha um módulo de 0,50 T.

(a) Qual é a diferença de energia entre os átomos de prata nos dois subfeixes?

$$\Delta E = U_{\uparrow} - U_{\downarrow} = 2\mu_B B = \frac{2(9,28 \times 10^{-24} \text{ J/T})(0,50 \text{ T})}{1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 58 \mu\text{eV}$$

(b) Qual é a frequência da radiação que induziria transições entre estes dois estados?

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{9,28 \times 10^{-24} \text{ J}}{6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}} = 1,40 \times 10^{10} \text{ Hz} = 14 \text{ GHz}$$

(c) Qual é o comprimento de onda desta radiação?

$$\lambda = \frac{c}{f} \approx \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{1,4 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}} \approx 2,1 \text{ cm}$$

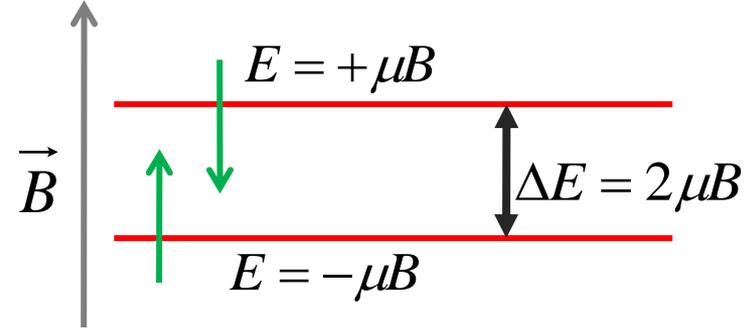
(d) Em que região do espectro eletromagnético está situada?

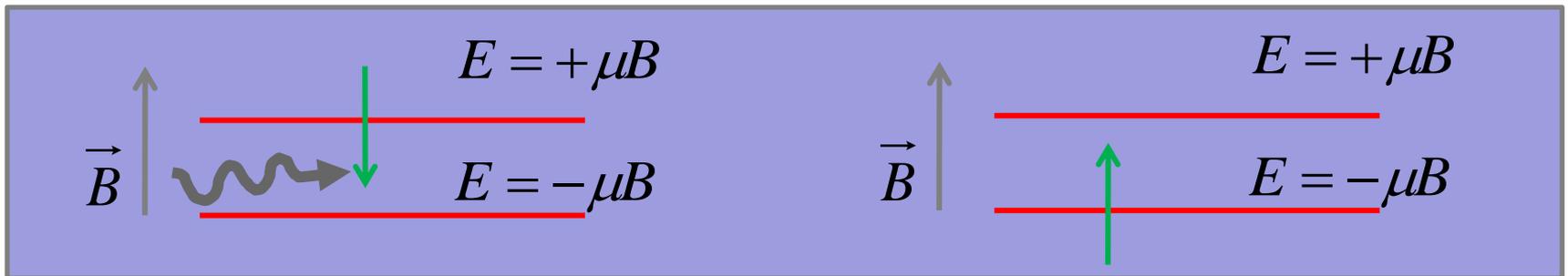
Micro-ondas.

Cap. 40, Probl. No. 18:

Em um experimento de ressonância magnética nuclear, a frequência da fonte de RF é 34 MHz e a ressonância dos átomos de hidrogênio da amostra é observada quando a intensidade do campo magnético externo  $B_{\text{ext}}$  do eletroíma é 0,78T. Suponha que  $B_{\text{int}}$  e  $B_{\text{ext}}$  são paralelos e que a componente  $\mu_z$  do momento magnético dos prótons é  $1,41 \times 10^{-26}$  J/T. Qual é o módulo de  $B_{\text{int}}$ ?

$$B = B_{\text{int}} + B_{\text{ext}} \quad \longrightarrow \quad B = \frac{hf}{2\mu}$$

$$\Delta E = hf = 2\mu B$$




$$B_{\text{int}} = \frac{hf}{2\mu} - B_{\text{ext}} = \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(34 \times 10^6 \text{ Hz})}{2(1,41 \times 10^{-26} \text{ J/T})} - 0,78 \text{ T} =$$

$$B_{\text{int}} = 0,799 \text{ T} - 0,78 \text{ T} = 0,019 \text{ T} = 19 \text{ mT}$$